



제1장 확률과 확률분포

제2장 통계적 검정 및 추정

제3장 상관분석 및 회귀분석

제4장 샘플링검사

제5장 관리도

행운은 100% 노력한 뒤에
남는 것이다!
- 랭스턴 콜만 -

제2장 통계적 검정 및 추정

1. 검정과 추정의 기초이론

1.1 가설검정의 개념

1.1.1 가설검정의 정의

- * 모집단의 모수의 값이나 확률분포에 대하여 어떤 가설(hypothesis)을 설정하고, 이 가설의 성립여부를 표본(또는 시료라고도 함)의 데이터로 판단하여 통계적 결정을 내리는 것을 통계적 가설검정(statistical hypothesis testing) 또는 간단히 (가설)검정이라고 부른다.
- * 검정은 추정과는 대조적으로 모집단에 관한 가설이 먼저 설정되며, 이 가설이 옳은가의 여부를 판단하기 위하여 표본 데이터에서 얻은 검정통계량의 값을 이용하는 것이다. 검정의 대상으로 삼는 가설을 귀무(歸無)가설(null hypothesis)이라고 하고, 이에 대립되거나 이를 부정하는 가설을 대립(對立)가설(alternative hypothesis)이라고 한다.
귀무가설은 보통 H_0 로 나타내고, 대립가설은 H_1 으로 나타낸다.

- * 표본추정으로 얻어진 결과에 의해 귀무가설을 부정할 때에는 그 가설을 기각(棄却: reject)한다고 하고, 귀무가설을 부정하지 못할 때에는 그 가설을 채택(accept)한다고 말한다.
여기서 유의하여야 할 것은 귀무가설이 기각되지 않았다고 해서 반드시 이 가설이 옳다는 뜻은 아니다. 단지 표본추정의 결과로 볼 때 귀무가설을 기각할만한 충분한 이유가 없기 때문이며, 이 경우에는 기각판정을 보류한 데 불과하다고 해석하여도 좋은 경우가 많다.

- * 가설검정의 결과를 나누어 보면 <표 2.1>과 같이 귀무가설(H_0)이 사실인 경우에 이를 채택하거나 기각하는 두 가지 결정이 있고, 또 귀무가설이 거짓인 경우에도 이를 채택하거나 기각하는 두 가지 결정이 있다.

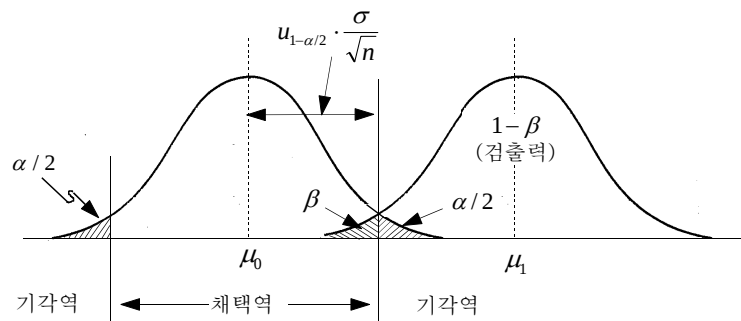
- * 따라서 모두 4가지의 가능한 경우가 있는 데, 잘못된 결정을 내리는 경우는 2가지로서 사실인 H_0 를 기각하는 때와 거짓인 H_0 를 채택하는 때이다.

전자의 경우는 제1종의 과오(type I error)를 범했다고 말하고, 후자의 경우에는 제2종의 과오(type II error)를 범했다고 한다.

<표 2.1> 가설검정 결과의 제1종 과오, 제2종 과오

미지의 실제현상 검정결과	H_0 가 진실인 경우	H_0 가 거짓인 경우
H_0 를 채택	옳은 결정. 신뢰수준($1-\alpha$)	제2종의 과오(β)
H_0 를 기각	제1종의 과오(α)	옳은 결정. 검출력($1-\beta$)

- * 제1종의 과오를 범할 확률은 α 로 표시하며, 이를 유의수준(有意水準: level of significance) 또는 위험률이라 하고, 제2종의 과오를 범할 확률을 β 로 표시하여 $(1-\beta)$ 의 값을 검출력이라고 한다.
- * 검출력(또는 검정력, $1-\beta$)이란 검정하려는 귀무가설이 옳지 않은 경우에 이를 기각하는 확률이므로 귀무가설의 잘못을 검출해 내는 확률이 된다.
통계적 가설검정은 사실인 귀무가설을 기각하는 제1종의 과오를 가능한 한 줄이고, 귀무가설의 거짓을 찾아내는 검정력을 크게 하는 것이 바람직하다.
- * 검출력($1-\beta$)은 다음의 경우에 커진다.
 - ① 유의수준 α 가 클수록 ② 시료의 크기 n 가 클수록
 - ③ 모표준편차 σ 가 작을수록 ④ $|\mu_1 - \mu_0|$ 가 클수록



[그림 2.1] 검출력의 α , β , n , σ , $|\mu_1 - \mu_0|$, 채택역과의 관계도

- * 귀무가설이 세워지면 표본을 추출하고 측정하여 그 가설을 기각할 것인가 채택할 것인가를 결정하기 위한 통계량을 정하는데, 이 통계량을 검정통계량(test statistic)이라고 한다.
검정통계량도 하나의 확률변수이며 어떤 확률분포를 갖는다.
- * 검정통계량의 분포를 알면 그 통계량이 취할 수 있는 구간을 기각역(rejection region)과 채택역(acceptance region)으로 나누어, 검정통계량의 계산된 값이 기각역에 위치하면 귀무가설을 기각하고, 채택역에 위치하면 채택하게 된다. 기각역과 채택역을 나누는 경계치를 기각치(critical value)라고 부른다.
- * 대립가설이 부등식($<$ 또는 $>$)의 관계를 가지고 있어서 검정의 기각역이 채택역의 어느 한 쪽에만 있게 되는 경우를 한쪽검정(one-tailed test)이라고 하고, 대립가설이 $\neq$ 의 관계를 가지고 있어서 검정의 기각역이 채택역의 양쪽에 위치하게 되는 경우를 양쪽검정(two-tailed test)이라고 한다.

1.1.2 통계적 가설검정의 일반적 순서

- ▶ 순서 1 : 모집단에 대한 기본 가정을 설정
예 ; 정규모집단 $N(\mu, \sigma^2)$ 또는 σ 기지, σ 미지 등
- ▶ 순서 2 : 귀무가설 및 대립가설을 세움.

귀무가설(H_0)은 보통 내리고자 하는 판단결과에 반대가 되도록, 즉 나중에 이 가설이 부정되었으면 하도록 세운다.

대립가설(H_1)은 H_0 에 반하는 가설로서, 부등식($<$ 또는 $>$, $\neq$)의 관계를 이용한다.

▶ 순서 3 : 검정통계량의 결정

검정통계량 U_0 , t_0 , F_0 , χ_0^2 중에서 어느 것을 적용할지를 결정한다.

▶ 순서 4 : 시료의 크기 n , 유의수준 α 를 정함.

이때 n , α 가 적절한 검정력을 보장하여 주는 설정이 필요하다. 유의수준(α)는 제1종과오를 일으킬 확률로서 H_0 가 채택되어야 하는데도 불구하고 기각될 과오, 즉 공정이 변하지 않았는데도 변했다고 판단할 과오로서 위험률 α 를 나타낸다.

▶ 순서 5 : 검정통계량의 값 계산

표본(시료)를 추출하여 필요 통계량(예 $\bar{x}$, s 등)을 구한 후 이들을 검정통계량의 식에 대입하여 적용되는 검정통계량의 값(U_0 , t_0 , F_0 , χ_0^2)을 구한다.

▶ 순서 6 : 유의수준 α 에 의거하여 기각역의 설정 및 기각치를 U_0 의 경우 정규분포표, t_0 의 경우 t 분포표, F_0 의 경우 F 분포표, χ_0^2 의 경우 χ^2 분포표에 의거하여 구함.

여기서 첨자 'o'는 observed(시료로부터 계산된)란 뜻이다. 위험률(유의수준)은 5%, 1%를 많이 사용한다. 이때 한쪽(대립가설에서 $>$ 혹은 $<$ 의 관계), 양쪽(대립가설에서 $\neq$ 의 관계) 검정여부에 주의한다.

▶ 순서 7 : 귀무가설의 기각여부 판정

검정통계량의 값을 기각역에서의 기각치(예, $u_{1-\alpha/2}$ or $u_{1-\alpha}$)와 비교하여 귀무가설 기각 여부를 결정한다.

1.2 추정의 개념

1.2.1 추정의 의미와 두 종류

(1) 점추정 (point estimation)

- * 통계학에서 중요한 부분인 모평균의 점추정량으로서 표본평균, 중위수, 최빈수가 사용될 수 있으며, 표본표준편차는 모표준편차로, 표본분산은 모분산의 점추정량 등으로 사용된다.
- * 모수의 추정을 위해 선정된 통계량을 추정량(estimator), 그 실현치를 추정치(estimate)라고 한다. 모수와 통계량이 일치하는 양을 불편추정량(unbiased estimator)이라고 한다.
- * 점추정량이 갖추어야 할 성질로는 불편성(unbiasedness), 일치성(consistency), 유효성(efficiency), 충분성(sufficiency) 등이 있다.

① 불편(unbiased) 추정량 : 모든 표본 평균값을 다시 평균한 값들의 기대값 $E(\bar{X}_n)$ 가 전체된 모수와 일치할 때 즉, $E(\bar{X}_n) = \mu$ 가 될 때 이 때의 추정량

- ② 일치(consistent) 추정량 : 표본크기 n 을 무한대로 하였을 때, 전제된 모수에 가까워지는 성질인 일치성을 만족하는 추정량 즉, $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X}_n \rightarrow \mu$
- ③ 유효추정량 : 추정량이 작아야 좋은 추정량이 되는데, 이러한 추정량.
- * 최소분산불편추정량(Minimum Variance Unbiased Estimator : MVUE)
 - * MVUE : 모든 불편추정량 중에서 가장 작은 분산을 갖는 추정량.
- ④ 충분추정량 : 추정량이 모수에 대한 모든 정보를 가지고 있을 때의 추정량
- * 점추정 방법에는 최우추정법, 적률법, 베이즈 정리법 등이 있다.

(2) 구간추정 (interval estimation)

- * 통계량으로부터 그 모수의 존재범위를 어떤 폭을 가지고 추정하는 것을 구간추정이라 한다.
- * 예를 들면 표본평균은 중심극한정리에 의해서, 표본평균의 차는 정규분포의 가성성(또는 가법성)에 의해서 각각을 구간추정할 수 있듯이 모수가 그 구간 안에 있게 될 확률을 미리 정하여(이것을 신뢰율(confidence coefficient)이라 한다.) 그 구간을 추정하는 것이다.
- * 여기서 신뢰율과 반대되는 것이 위험률 α 로서 보통 $\alpha=5\%$, 1% 를 많이 사용한다.

1.2.2 점추정 (point estimation)

(1) 평균의 점추정

- * 평균의 점추정은 평균을 구한 후에 다음과 같이 모평균을 추정할 수 있다.

$$\bar{x} \rightarrow \mu \quad (\hat{\mu} = \bar{x})$$

- * 여기서 $\rightarrow$ 는 통계적으로 추정한다는 것을 의미하고, $\hat{\mu}$ 에서 무우 헤트(μ hat)라고 읽으며, 추정치를 구함을 의미한다.

(2) 모분산의 점추정

- * 분산의 기대치 대신에 불편분산을 구하여

$$V \rightarrow \sigma^2 \quad (\hat{\sigma}^2 = V)$$

(3) 모표준편차의 점추정

$$\bar{s}/c_4 \rightarrow \sigma \quad (\hat{\sigma} = \bar{s}/c_4)$$

$$\bar{R}/d_2 \rightarrow \sigma \quad (\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2)$$

- * 이 중 어느 것이라도 무방하나, 가장 계산이 간단한 것인 $\bar{R}/d_2$ 가 많이 쓰인다.

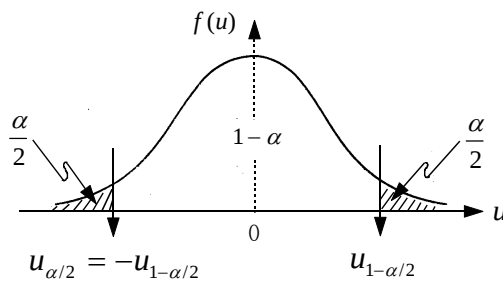
2. 모평균의 검정과 추정

2.1 한 개의 모평균에 관한 검정 및 추정

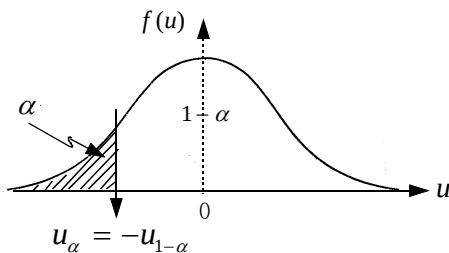
2.1.1 한 개의 모평균과 기준치와의 차이검정

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역	시료 크기
σ 지	양쪽검정	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$U_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$	① 참조
	한쪽검정	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$	② 참조
		$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$	
σ 미지	양쪽검정	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$	$ t_0 > t_{1-\alpha/2}(\nu)$	σ 지지의 경우보다 약 2배로 크다.
	한쪽검정	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$t_0 > t_{1-\alpha}(\nu)$	
		$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$t_0 < -t_{1-\alpha}(\nu)$	
비고	$s \approx \sqrt{V} = \sqrt{\frac{S}{n-1}}, \quad -t_{1-\alpha}(\nu) = t_{\alpha}(\nu)$					
시료 크기	①의 경우	양쪽검정시 최소 시료크기 : $n \geq \left(\frac{K_{\alpha/2} + K_{\beta}}{\mu - \mu_0} \right)^2 \cdot \sigma^2$				
	②의 경우	한쪽검정시 최소 시료크기 : $n \geq \left(\frac{K_{\alpha} + K_{\beta}}{\mu - \mu_0} \right)^2 \cdot \sigma^2$				

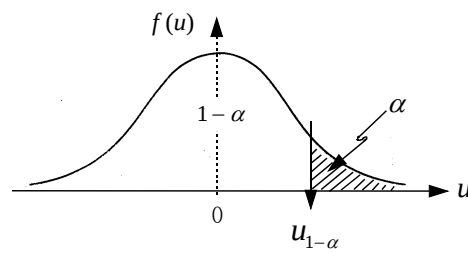
[참조] 정규분포에서의 기각치를 보는 방법 (최근 KS규격에서 변경됨.)



(a) 양측확률 α 의 경우

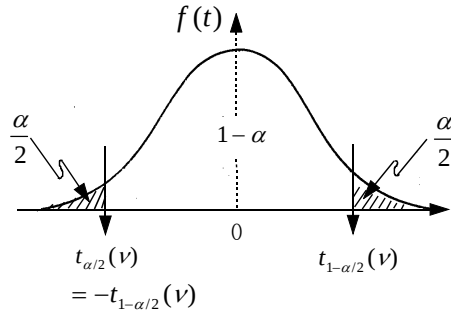


(b) 좌측확률 α 의 경우

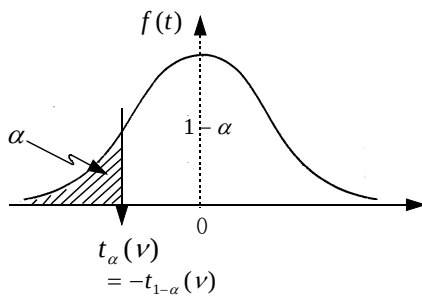


(c) 우측확률 α 의 경우

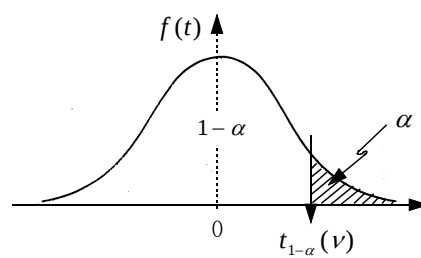
참조 t 분포에서의 기각치를 보는 방법 (최근 KS규격에서 변경됨.)



(a) 양측확률 α 의 경우



(b) 좌측확률 α 의 경우



(c) 우측확률 α 의 경우

참조 양쪽검정에서의 기각역 표현방법

수식을 보다 간단하게 표시하기 위한 방법인 σ^2 기지의 경우 $|U_0| > u_{1-\alpha/2}$, σ^2 미지의 경우 $|t_0| > t_{1-\alpha/2}$ 사용이 권장되고 있으나, 이 방법 대신에 이를 상측 및 하측으로 구분하여 다음과 같이 표현하여도 그 결과는 동일하다.

① σ^2 기지의 경우 : 양쪽검정($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$)에 대한 기각역으로서

$$U_0 > u_{1-\alpha/2} \text{ 또는 } U_0 < -u_{1-\alpha/2}$$

② σ^2 미지의 경우 : 양쪽검정($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$)에 대한 기각역으로서

$$t_0 > t_{1-\alpha/2} \text{ 또는 } t_0 < -t_{1-\alpha/2}$$

2.1.2 모평균(μ)의 구간추정

(1) 한 개의 모평균의 양쪽신뢰한계 추정

(가) 표준편차 σ 를 알고 있는 경우

* 모집단이 정규분포에 따르고 표준편차 σ 를 알고 있는 경우, $100(1-\alpha)\%$ 신뢰율을 갖는 모평균 μ 의 신뢰구간은 확률표본($\bar{X}$) 대신에 확률표본의 값($\bar{x}$)을 대입하여 다음 식이 된다.

$$\hat{\mu} = \bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.1)$$

- * 또는 다음 식으로도 나타낼 수 있다. 식 (2.1)은 정도(精度)로 표현한 것이며, 식 (2.2)는 구간으로 표현한 것이다.

$$\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.2)$$

- * 모평균(μ)의 구간추정의 경우에 시료의 크기(n)는 다음과 같이 계산된다.

오차한계 $d = u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 이므로

$$n \geq \left(u_{1-\alpha/2} \times \frac{\sigma}{d} \right)^2 \quad (2.3)$$

(나) 표준편차 σ 를 모르는 경우

- * 실제로는 모집단의 표준편차 σ 를 모르고 있는 경우가 대부분이다.
- * σ 미지의 경우 t 분포가 적용되며, 정규분포 $N(\mu, \sigma^2)$ 로부터 크기 n 의 표본평균 $\bar{X}$ 와

$$s^2 \approx V = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)$$

으로부터 확률변수 $T = (\bar{X} - \mu) / (s / \sqrt{n})$ 를 만들면 이 T 는 자유도 $\nu = n-1$ 인 t 분포를 하므로 모평균 μ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 표본의 값($\bar{x}$)를 대입하여 다음과 같이 된다.

$$\hat{\mu} = \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.4)$$

- * 여기서 n 이 매우 크면 t 분포는 표준정규분포에 근사하므로 $t_{1-\alpha/2}(n-1)$ 대신에 $u_{1-\alpha/2}$ 를 사용하여도 무방하다.

(2) 한 개의 모평균의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ^2 기지	$H_1: \mu > \mu_0$	신뢰하한 $\hat{\mu}_L = \bar{x} - u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
	$H_1: \mu < \mu_0$	신뢰상한 $\hat{\mu}_U = \bar{x} + u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
σ^2 미지	$H_1: \mu > \mu_0$	신뢰하한 $\hat{\mu}_L = \bar{x} - t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$
	$H_1: \mu < \mu_0$	신뢰상한 $\hat{\mu}_U = \bar{x} + t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

2.2 두 개의 모평균차에 대한 검정 및 추정

2.2.1 σ_1^2, σ_2^2 기지인 경우의 검정 및 추정

(1) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 일 때의 검정

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역
두 모집단은 각각 정규분포에 따름. σ_1^2, σ_2^2 기지 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$	양쪽	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$U_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
	한쪽	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
		$\mu_1 \geq \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$

[참조] 두 개의 모평균차 검정에서의 최소 시료크기

$$\textcircled{1} \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ 기지의 경우 양쪽검정시 최소 시료크기 : } n \geq \left(\frac{K_{\alpha/2} + K_{\beta}}{\mu_1 - \mu_2} \right)^2 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

$$\textcircled{2} \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ 기지의 경우 한쪽검정시 최소 시료크기 : } n \geq \left(\frac{K_{\alpha} + K_{\beta}}{\mu_1 - \mu_2} \right)^2 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

(2) $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 일 때의 검정

* 검정 방법은 σ_1^2, σ_2^2 기지이고, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 일 때와 비교하여 기각역 등은 동일하나 검정 통계량의 값(U_0)은 확률표본의 값($\bar{x}_1, \bar{x}_2$)을 대입한 다음 식을 사용하여 검정한다.

$$U_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad (2.5)$$

(3) 구간추정 방법

(가) 두 개의 모평균차의 양쪽신뢰한계 추정

* σ_1^2, σ_2^2 기지이고, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 일 때 $\mu_1 - \mu_2$ 에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간은 확률 변수의 값 $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ 를 대입한 다음과 같은 식이 된다.

$$\overbrace{\mu_1 - \mu_2} = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm u_{1-\alpha/2} \sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \quad (2.6)$$

* 그리고 σ_1^2, σ_2^2 기지이고, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 일 때의 신뢰구간은 다음 식이 성립한다.

$$\overbrace{\mu_1 - \mu_2} = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad (2.7)$$

(나) 두 개의 모평균차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ_1^2, σ_2^2 기지	$H_1: \mu_1 > \mu_2$	신뢰하한 $\overbrace{(\mu_1 - \mu_2)}^{}_L = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
	$H_1: \mu_1 < \mu_2$	신뢰상한 $\overbrace{(\mu_1 - \mu_2)}^{}_U = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

2.2.2 σ_1^2, σ_2^2 미지이고, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 인 경우의 검정 및 추정

(1) 검정 방법

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역
σ_1^2, σ_2^2 미지 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$	양쪽	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	$ t_0 > t_{1-\alpha/2}(\nu)$
	한쪽	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$		$t_0 > t_{1-\alpha}(\nu)$
		$\mu_1 \geq \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$		$t_0 < -t_{1-\alpha}(\nu)$
비 고	$\nu = \nu_1 + \nu_2 = n_1 + n_2 - 2, \quad s \approx \sqrt{V} = \sqrt{\frac{S_1 + S_2}{\nu_1 + \nu_2}} = \sqrt{\frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2}}$				

(2) 구간추정 방법

(가) 두 개의 모평균차의 양쪽신뢰한계 추정

* σ_1^2, σ_2^2 미지이고, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 인 경우 $\mu_1 - \mu_2$ 에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간은 확률 변수의 값 $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ 를 대입한 다음과 같은 식이 된다.

$$\overbrace{\mu_1 - \mu_2}^{} = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \quad (2.8)$$

(나) 두 개의 모평균차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ_1^2, σ_2^2 미지이고 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 의 경우	$H_1: \mu_1 > \mu_2$	신뢰하한 $\overbrace{(\mu_1 - \mu_2)}^{}_L = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$
	$H_1: \mu_1 < \mu_2$	신뢰상한 $\overbrace{(\mu_1 - \mu_2)}^{}_U = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$

2.2.3 σ_1^2, σ_2^2 미지이고, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 인 경우의 검정 및 추정

(1) 검정 방법

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역
두 모집단이 각각 정규분포에 따름. σ_1^2, σ_2^2 미지 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	양쪽	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}}}$	$ t_0 > t_{1-\alpha/2}(\nu^*)$
	한쪽	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$		$t_0 > t_{1-\alpha}(\nu^*)$
		$\mu_1 \geq \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$		$t_0 < -t_{1-\alpha}(\nu^*)$
비 고	ν^* 는 등가자유도(또는 Satterthwaite자유도) 나타냄.				
	$\nu^* = \frac{(V_1/n_1 + V_2/n_2)^2}{\frac{(V_1/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(V_2/n_2)^2}{n_2-1}}$ 여기서, $V_1(=s_1^2) = \frac{S_1}{n_1-1}$, $V_2(=s_2^2) = \frac{S_2}{n_2-1}$				

(2) 구간추정 방법

(가) 두 개의 모평균차의 양쪽신뢰한계 추정

* σ_1^2, σ_2^2 미지이고, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 일 때, $\mu_1 - \mu_2$ 에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간은 확률변수의 값 $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ 를 대입한 다음의 식이 된다.

$$\overbrace{\mu_1 - \mu_2} = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{1-\alpha/2}(\nu^*) \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad (2.9)$$

(나) 두 개의 모평균차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ_1^2, σ_2^2 미지이고 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 의 경우	$H_1: \mu_1 > \mu_2$	신뢰하한 $(\mu_1 - \mu_2)_L = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{1-\alpha}(\nu^*) \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$
	$H_1: \mu_1 < \mu_2$	신뢰상한 $(\mu_1 - \mu_2)_U = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\alpha}(\nu^*) \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$

2.3 대응이 있는 두 조의 모평균차에 대한 검정 및 추정

2.3.1 대응있는 두 조의 모평균차 검정

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역
차의 분산 σ_d^2 미지	양쪽검정	$\Delta = \Delta_0$	$\Delta \neq \Delta_0$	$t_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d / \sqrt{n}}$	$ t_0 > t_{1-\alpha/2}(\nu)$
	한쪽검정	$\Delta \leq \Delta_0$	$\Delta > \Delta_0$		$t_0 > t_{1-\alpha}(\nu)$
		$\Delta \geq \Delta_0$	$\Delta < \Delta_0$		$t_0 < -t_{1-\alpha}(\nu)$
차의 분산 σ_d^2 기지	양쪽검정	$\Delta = \Delta_0$	$\Delta \neq \Delta_0$	$U_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_d^2}{n}}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
	한쪽검정	$\Delta \leq \Delta_0$	$\Delta > \Delta_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
		$\Delta \geq \Delta_0$	$\Delta < \Delta_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
비고	대응하는 데이터의 차와 평균 : $d_i = x_{1i} - x_{2i}$, $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$ d_i의 변동(편차제곱합) : $S_d = \sum (d_i - \bar{d})^2 = \sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}$ d_i의 시료분산 : $s_d^2 \approx V_d = \frac{S_d}{n-1}$				

2.3.2 대응있는 두 조의 모평균차 구간추정

(1) 대응있는 두 조의 모평균차 양쪽신뢰한계 추정

* 먼저, σ_d^2 미지인 경우의 양쪽신뢰한계 추정은 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\Delta}_U \\ \hat{\Delta}_L \end{array} \right\} = \bar{d} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s_d}{\sqrt{n}} \quad (2.10)$$

* 그리고, σ_d^2 기지인 경우의 양쪽신뢰한계 추정은 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\Delta}_U \\ \hat{\Delta}_L \end{array} \right\} = \bar{d} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} \quad (2.11)$$

(2) 대응있는 두 조의 모평균차 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ_d^2 미지	$H_1: \Delta > \Delta_0$	신뢰하한 $\hat{\Delta}_L = \bar{d} - t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$
	$H_1: \Delta < \Delta_0$	신뢰상한 $\hat{\Delta}_U = \bar{d} + t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$

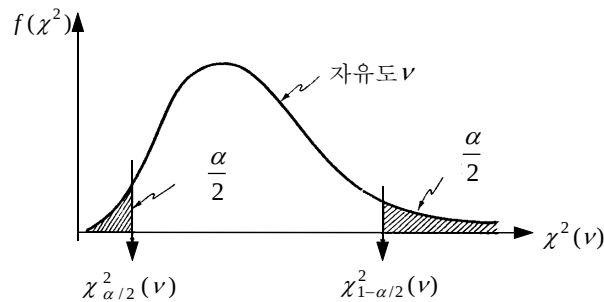
3. 산포의 검정과 추정

3.1 한 개의 모분산의 검정 및 추정

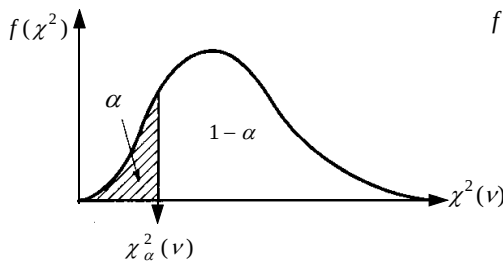
3.1.1 모분산의 검정

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역
σ 기치	양쪽	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \frac{S}{\sigma_0^2}$	$\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha/2}^2(\nu)$ 또는 $\chi_0^2 < \chi_{\alpha/2}^2(\nu)$
	한쪽	$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$= \frac{(n-1)V}{\sigma_0^2}$	$\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2(\nu)$
		$\sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$		$\chi_0^2 < \chi_{\alpha}^2(\nu)$

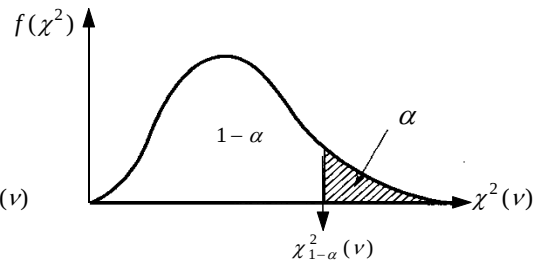
[참조] χ^2 분포에서의 기각치를 보는 방법 (최근 KS규격에서 변경됨.)



(a) 양측확률 α 의 경우



(b) 좌측확률 α 의 경우



(c) 우측확률 α 의 경우

3.1.2 모분산의 구간추정

(1) 한 개 모분산의 양쪽신뢰한계 추정

(가) σ^2 기치의 경우 σ^2 의 추정

* σ^2 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식 (2.12)와 같이 구해진다

$$\frac{S}{\chi_{1-\alpha/2}^2(\nu)} \leq \sigma^2 \leq \frac{S}{\chi_{\alpha/2}^2(\nu)} \quad (2.12)$$

또는 다음 식으로 표현할 수도 있다.

$$\left(\frac{S}{\chi_{1-\alpha/2}^2(\nu)}, \frac{S}{\chi_{\alpha/2}^2(\nu)} \right) \quad (2.13)$$

(나) σ^2 미지의 경우 σ^2 의 추정

* σ^2 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식과 같이 주어진다.

$$\frac{V}{F_{1-\alpha/2}(\nu, \infty)} \leq \sigma^2 \leq \frac{V}{F_{\alpha/2}(\nu, \infty)}$$

또는 $\frac{V}{F_{1-\alpha/2}(\nu, \infty)} \leq \sigma^2 \leq V \cdot F_{1-\alpha/2}(\infty, \nu)$ (2.14)

* 또는 다음 식으로 표현할 수도 있다.

$$\left[\frac{V}{F_{1-\alpha/2}(\nu, \infty)}, V \cdot F_{1-\alpha/2}(\infty, \nu) \right] \quad (2.15)$$

(2) 한 개 모분산의 한쪽신뢰한계 추정

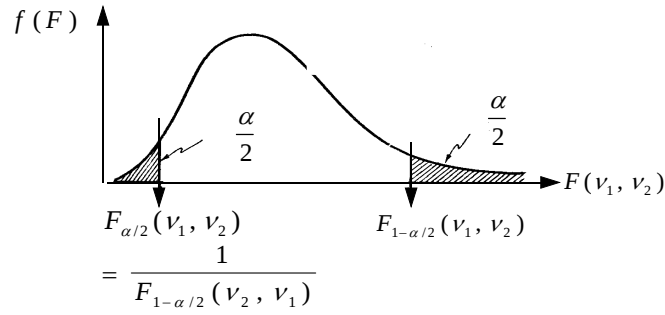
기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ^2 기지	$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	신뢰하한 $\hat{\sigma}_L^2 = \frac{S}{\chi_{1-\alpha}^2(\nu)} = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha}^2(\nu)}$
	$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	신뢰상한 $\hat{\sigma}_U^2 = \frac{S}{\chi_{\alpha}^2(\nu)} = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha}^2(\nu)}$

3.2 모분산비에 관한 검정 및 추정

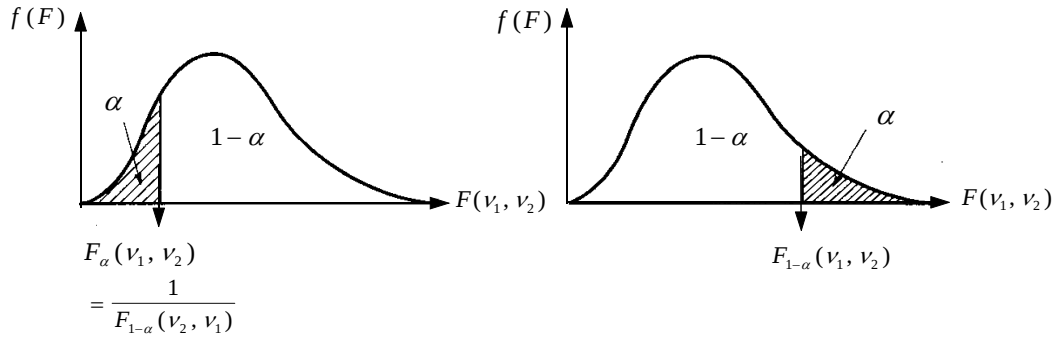
3.2.1 모분산비의 검정

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역	비고
σ_1^2, σ_2^2 미지	양쪽	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_0 = V_1/V_2$	$F_0 > F_{1-\alpha/2}(\nu_1, \nu_2)$ 또는 $F_0 < F_{\alpha/2}(\nu_1, \nu_2)$	$V_1 > V_2$
	한쪽	$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$F_0 > F_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2)$	
		$\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_0 = V_2/V_1$	$F_0 > F_{1-\alpha}(\nu_2, \nu_1)$	$V_2 > V_1$

[참조] F 분포에서의 기각치를 보는 방법 (최근 KS규격에서 변경됨.)



(a) 양측확률 α 의 경우



(b) 좌측확률 α 의 경우

(c) 우측확률 α 의 경우

3.2.2 모분산비 구간추정

(1) 모분산비의 양쪽신뢰한계 추정

* σ_1^2/σ_2^2 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(v_1, v_2)} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{1}{F_{\alpha/2}(v_1, v_2)} \quad (2.16)$$

* 또는 다음 식으로 표현할 수도 있다.

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(v_1, v_2)}, \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{1}{F_{\alpha/2}(v_1, v_2)} \right) \quad (2.17)$$

[참조] 상기 식에서 $F_{\alpha/2}(v_1, v_2) = \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(v_2, v_1)}$ 으로 변형하여 사용하면 편리.

한편, $F_{\alpha}(v_1, v_2) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(v_2, v_1)}$ 의 관계임.

(2) 모분산비의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
σ_1^2, σ_2^2 미지	$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	신뢰하한 $(\sigma_1^2 / \sigma_2^2)_L = \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \cdot \frac{1}{F_{1-\alpha}(v_1, v_2)}$
	$H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	신뢰상한 $(\sigma_1^2 / \sigma_2^2)_U = \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \cdot \frac{1}{F_{\alpha}(v_1, v_2)}$

3.3 모표준편차의 추정

* 모표준편차 σ 의 점추정 방법은 다음 식들과 같다.

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{c_4} \quad (2.18)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} \quad \text{또는} \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.19)$$

* $\bar{R}$ 는 R 을 평균한 조의 수(k)가 커지면(실험적으로는 $k=4$ 정도로 충분) 거의 정규분포에 가까워진다. $E(\bar{R}) = d_2\sigma$, $D(\bar{R}) = d_3\sigma / \sqrt{k}$ 로부터 모표준편차 σ 에 대한 구간추정식은 다음 식과 같이 구해진다.

$$\frac{\bar{R}}{d_2 + u_{1-\alpha/2} \frac{d_3}{\sqrt{k}}} \leq \sigma \leq \frac{\bar{R}}{d_2 - u_{1-\alpha/2} \frac{d_3}{\sqrt{k}}} \quad (2.20)$$

4. 계수치 검정과 추정

4.1 모부적합품률에 관한 검정 및 추정

4.1.1 모부적합품률의 검정

적용조건	분포	구분	H_0	H_1	검정통계량의 값	기각역
표본크기가 큰 경우 $nP_0 \geq 5$ $n(1 - P_0) \geq 5$ $P_0 < 0.5$	이항분포의 정규분포 근사법	양쪽	$P = P_0$	$P \neq P_0$	$U_0 = \frac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$P \leq P_0$	$P > P_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$P \geq P_0$	$P < P_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
비 고	표본크기가 크지 않고, 이항분포의 정규분포 근사법 적용조건이 적용되지 않는 경우에는 이항분포를 이용한 직접법의 검정법이 있으나 여기서는 생략함.					

4.1.2 모부적합품률의 구간추정

(1) 모부적합품률의 양쪽신뢰한계 추정

* 모부적합품률 P 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식으로 된다.

$$\left. \begin{matrix} P_U \\ P_L \end{matrix} \right\} = \hat{p} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \quad (2.21)$$

여기서, 모부적합품률 P 의 점추정치 $\hat{p}$ 는 $\hat{p} = r/n$ 이다.

* 모부적합품률 P 의 신뢰구간 표현은 식 (2.21) 이외에도, 다음의 두 가지의 형태로도 쓰인다.

$$\hat{p} - u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq P \leq \hat{p} + u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \quad (2.22)$$

$$\left(\hat{p} - u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) \quad (2.23)$$

* 모부적합품률의 양쪽신뢰구간 추정에서의 시료의 크기(n)은 다음 식으로 구한다.

$$n \geq \hat{p}(1-\hat{p}) \left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{d} \right)^2 \quad (\text{여기서, } d : \text{추정오차 한계}) \quad (2.24)$$

(2) 모부적합품률의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
표본크기가 큰 경우 $nP_0 \geq 5, n(1-P_0) \geq 5$ $P_0 < 0.5$	$H_1 : P > P_0$	신뢰하한 $P_L = \hat{p} - u_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$
	$H_1 : P < P_0$	신뢰상한 $P_U = \hat{p} + u_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

4.2 모부적합품률차의 검정 및 추정

4.2.1 모부적합품률차의 검정

적용	분포	구분	H_0	H_1	검정통계량	기각역
① n_1, n_2 가 충분히 큼 ② 합동추정 량($\hat{p}$) 사 용 가능	정규 분포 근사법	양쪽	$P_1 = P_2$	$P_1 \neq P_2$	$U_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$P_1 \leq P_2$	$P_1 > P_2$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$P_1 \geq P_2$	$P_1 < P_2$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
비고	여기서, 합동추정량 $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$, $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$, $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$					

4.2.2 모부적합품률차의 추정

(1) 모부적합품률차의 양쪽신뢰한계 추정

* 표본의 크기가 큰 경우 $P_1 - P_2$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간은 다음 식과 같이 된다.

$$\widehat{P_1 - P_2} = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \quad (2.25)$$

(2) 모부적합품률차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
① n_1, n_2 가 충분히 큰 경우	$H_1: P_1 > P_2$	신뢰하한 $\widehat{(P_1 - P_2)}_L = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - u_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$
② 합동추정 량($\hat{p}$)가 사용될 수 있는 경우	$H_1: P_1 < P_2$	신뢰상한 $\widehat{(P_1 - P_2)}_U = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + u_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

4.3 모부적합수의 검정 및 추정

4.3.1 모부적합수의 검정

적용조건	분포	구분	H_0	H_1	검정통계량	기각역
부적합수 ($m_0 \geq 5$)	포아송 분포의 정규분포 근사법	양쪽	$m = m_0$	$m \neq m_0$	$U_0 = \frac{x - m_0}{\sqrt{m_0}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$m \leq m_0$	$m > m_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$m \geq m_0$	$m < m_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
단위당 부적합수 ($m_0 \geq 5$)		양쪽	$m = m_0$	$m \neq m_0$	$U_0 = \frac{u - m_0}{\sqrt{\frac{m_0}{n}}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$m \leq m_0$	$m > m_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$m \geq m_0$	$m < m_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
비고	표본크기가 크지 않고, $m_0 \geq 5$ 적용조건이 적용되지 않는 경우에는 포아송분포를 이용한 직접법의 검정법이 있으나 여기서는 생략함.					

4.3.2 모부적합수의 구간추정

(1) 모부적합수의 양쪽신뢰한계 추정

(가) 모부적합수의 구간추정

* 모부적합수 m 의 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간은 다음 식과 같이 된다.

$$\hat{m} = x \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{x} \quad (2.26)$$

여기서, 모부적합수 m 의 점추정치는 $\hat{m} = x$

(나) 단위당 모부적합수의 구간추정

* 단위당 모부적합수 U 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식과 같다.

$$\hat{U} = u \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{u}{n}} \quad (2.27)$$

여기서, 단위당 모부적합수 U 의 점추정치는 $\hat{U} = u = x/n$ 이다.

(2) 모부적합수의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
부적합수 ($m_0 \geq 5$)	$H_1 : m > m_0$	신뢰하한 $\hat{m}_L = x - u_{1-\alpha} \sqrt{x}$
	$H_1 : m < m_0$	신뢰상한 $\hat{m}_U = x + u_{1-\alpha} \sqrt{x}$

4.4 모부적합수차 검정 및 추정

4.4.1 모부적합수차의 검정

분포	구분	H_0	H_1	검정통계량	기각역
포아송분포의 정규분포근사법	양쪽	$m_1 = m_2$	$m_1 \neq m_2$	$U_0 = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 + x_2}}$	$ U_0 > u_{1-\alpha/2}$
	한쪽	$m_1 \leq m_2$	$m_1 > m_2$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
		$m_1 \geq m_2$	$m_1 < m_2$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$

4.4.2 모부적합수차의 구간추정

(1) 모부적합수차의 양쪽신뢰한계 추정

* 모부적합수차의 $(m_1 - m_2)$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간은 확률변수의 값 x_1, x_2 들을 대입하여 다음 식으로 구한다.

$$\overbrace{m_1 - m_2} = (x_1 - x_2) \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{x_1 + x_2} \quad (2.28)$$

여기서, 점추정치는 $\overbrace{m_1 - m_2} = x_1 - x_2$

(2) 모부적합수차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
포아송분포의 정규분포근사법	$H_1 : m_1 > m_2$	신뢰하한 $\overbrace{(m_1 - m_2)}_L = (x_1 - x_2) - u_{1-\alpha} \sqrt{x_1 + x_2}$
	$H_1 : m_1 < m_2$	신뢰상한 $\overbrace{(m_1 - m_2)}_U = (x_1 - x_2) + u_{1-\alpha} \sqrt{x_1 + x_2}$

5. 품질경영산업기사 필기 [출제예상 엄선문제]

5.1 검정과 추정의 기초이론

◆ 가설검정의 개념 ◆

01 다음은 가설검정의 순서를 나타낸 것이다. ()안에 알맞은 것은?

귀무가설과 대립가설을 세운다. → 유의수준을 결정한다. → () → 기각역을 구한 후 판정한다.

- ㉠ 제2종의 과오를 결정한다.
- ㉡ 가설을 기각한다.
- ㉢ 검정통계량을 계산한다.
- ㉣ 표본크기를 결정한다.

해설

통계적 가설검정의 일반적 순서

- ① 가설 설정(귀무가설 및 대립가설).
- ② 유의수준 α 를 정함.
- ③ 검정통계량의 값 계산.
- ④ 기각역 설정 및 기각치를 구함(U_0 의 경우 정규분포표, t_0 의 경우 t 분포표, F_0 의 경우 F 분포표, χ_0^2 의 경우 χ^2 분포표에 의거하여 구함).
- ⑤ 귀무가설의 기각 여부 판정.

02 검정의 결과로 “유의차가 없다.” 또는 “유의적이 아니다.”라고 판명되었을 때 이 말이 의미하는 뜻은?

- ㉠ 유의수준 α 로 귀무가설 H_0 가 옳다고 하기에는 데이터가 부족하다.
- ㉡ 위험률($1-\alpha$)로 대립가설 H_1 이 옳다는 말이다.
- ㉢ 위험률 α 로 대립가설 H_1 이 옳다고 하기에는 데이터가 부족하다.
- ㉣ 유의수준 α 로 귀무가설 H_0 가 옳다는 말이다.

해설

㉠ 검정의 유의성 판정에서 “유의차가 없다.” 또는 “유의적이 아니다.”라고 하면, 위험률 α 로 귀무가설을 기각할 수 없다는 의미이고, 이는 곧 위험률 α 로 주장하는 대립가설을 채택할 수 없다 또는 위험률 α 로 대립가설이 옳다고 할 수 없다는 의미이다.

03 검정의 결과로 “유의차가 없다.”고 했을 때 이 말을 가장 올바르게 표현한 것은?

- ㉠ 유의수준 α 로 귀무가설이 옳다고 하기에는 데이터가 부족하다.
- ㉡ 위험률 $1-\alpha$ 로 대립가설이 옳다는 의미이다.
- ㉢ 유의수준 α 로 귀무가설을 기각할 수 없다는 뜻이다.
- ㉣ 유의수준 α 로 대립가설이 옳다는 의미이다.

해설

㉠ 검정통계량의 값으로 기각역을 만족시키면 귀무가설을 기각(棄却: reject)한다고 하고, 기각역을 만족시키지 못하면 귀무가설을 채택(accept)한다고 말한다.

04 유의수준 α 에 대한 설명으로 가장 옳바른 것은?

- ㉠ 공정이 이상이 있는데 없다고 판정할 확률이다.
- ㉡ 나쁜 로트가 합격할 확률이다.
- ㉢ 귀무가설이 옳은데도 불구하고 기각할 확률이다.
- ㉣ 제2종 과오라고 한다.

해설

유의수준 α 는 귀무가설이 옳은데도 불구하고 기각할 확률, 즉 공정이 변하지 않았음에도 불구하고 변했다고 잘못 판정할 확률을 말하며, 좋은 로트가 불합격할 확률이기도 하며, 제1종 과오라고 한다.

05 제1종의 과오에 대한 내용으로 옳은 것은?

- ㉠ 귀무가설이 옳은데도 불구하고 이를 기각하는 과오
 ㉡ 귀무가설이 옳지 않은데도 불구하고 이를 채택하는 과오
 ㉢ $(1-\alpha)$ 에 해당하는 확률
 ㉣ $(1-\beta)$ 에 해당하는 확률

해설

㉠ 제1종의 과오를 범할 확률은 α 로 표시하며, 이를 유의수준(level of significance) 또는 위험률이라 하고, 제2종의 과오를 범할 확률을 β 로 표시하여 $(1-\beta)$ 의 값을 검출력(power of test)이라고 한다.

06 다음의 내용에서 ()안에 순서대로 알맞은 것은? (단, 제1종 오류는 α , 제2종 오류는 β 라고 한다.)

검정의 신뢰성은 제1종의 오류와 제2종의 오류에 의해서 결정된다. 표본 크기가 고정되어 있을 경우 기각역을 넓히면 ()는 증가하고, ()는 감소한다.

- ㉠ α, β ㉡ β, α
 ㉢ $\alpha, 1-\beta$ ㉣ $1-\alpha, \beta$

해설

기각역의 면적은 제1종 과오 α 의 크기에 해당한다. 제2종 과오 β 의 크기는 α 와 반비례한다. 유의수준(α)은 제1종과오를 일으킬 확률로서 H_0 가 채택되어야 하는데도 불구하고 기각될 과오, 즉 공정이 변하지 않았는데도 변했다고 판단할 과오로서 위험률 α 를 나타낸다.

07 다음의 가설검정에 대한 설명 중 가장 옳바른 것은?

- ㉠ 주장하고 싶은 내용은 대립가설로 놓고

대립가설이 참일 때 채택될 확률을 검출력이라 한다.

- ㉡ 귀무가설이 참일 때, 귀무가설이 기각될 오류를 제2종 오류라 한다.
 ㉢ 제1종 오류의 크기 α 는 대립가설이 참일 때 귀무가설이 채택될 확률이다.
 ㉣ 제2종 오류와 제1종 오류가 같아지는 경우는 있을 수 없다.

해설

- ㉠ ‘대립가설이 참일 때 채택될 확률’은 ‘귀무가설이 거짓일 때 기각될 확률’과 같은 뜻이다.
 ㉡ 귀무가설이 참일 때, 귀무가설이 기각될 오류를 제1종 오류라 한다.
 ㉢ 제1종 오류의 크기 α 는 귀무가설이 참일 때 귀무가설이 기각될 확률이다.
 ㉣ 제2종 오류와 제1종 오류가 $n, \sigma, \Delta\mu$ 의 크기에 따라 같아지는 경우도 있을 수 있다.

08 통계적 검정을 하여 위험률 5%로 유의하다는 결론을 얻었다. 다음 중에서 의미가 동일한 것은?

- ㉠ 제1종의 과오 5%
 ㉡ 제2종의 과오 10%
 ㉢ 신뢰율 5% ㉣ 출현확률 5%

해설

위험률이란 귀무가설 H_0 이 옳은데도 이를 기각하는 과오(제1종 과오)를 범하는 확률을 말하며, 유의수준이라고도 하고 α 로 표시한다.

09 다음은 가설검정의 결과를 나타낸 표이다. () 속에 알맞은 것은?

미지의 실제현상 검정결과	H_0 가 사실인 경우	H_0 가 거짓인 경우
H_0 를 채택	옳은 결정	(㉠)
H_0 를 기각	(㉡)	옳은 결정

- ㉠ (1) 제1종의 과오 (2) 제2종의 과오

- ㉔ ① 제2종의 과오 ② 제1종의 과오
 ㉕ ① $1-\alpha$ ② $1-\beta$
 ㉖ ① 제1종의 과오 ② 제1종의 과오

해설

제1종 과오의 크기는 α 이고, 유의수준이라고도 부른다. 제2종 과오의 크기는 β 이고, $1-\beta$ 는 검출력이라고 한다.

10 검·추정에 관계되는 다음의 설명 중 가장 관계가 먼 내용은?

- ㉑ 시료의 크기 n 이 일정하면 α 를 크게 할수록 β 는 작아진다.
 ㉒ α 를 일정하게 하고, 시료의 크기 n 을 크게 할수록 β 는 작아진다.
 ㉓ 모표준편차 σ 를 작게 할수록 검출력은 커진다.
 ㉔ α 를 크게 할수록 검출력은 작아진다.

해설

㉒ n 이 일정할 때에 α 가 클수록 β 가 감소되고 검출력($1-\beta$)는 커진다.

검출력($1-\beta$)은 다음의 경우에 커진다.

- ① 유의수준 α 가 클수록
 ② 시료의 크기 n 가 클수록
 ③ 모표준편차 σ 가 작을수록
 ④ $|\mu_1 - \mu_0|$ 가 클수록

11 통계적 가설검정 설명으로 옳은 것은?

- ㉑ 채택역이 커질수록 제1종 과오는 증가한다.
 ㉒ 기각역이 커질수록 제2종 과오는 증가한다.
 ㉓ 기각역이 작을수록 제1종 과오는 감소한다.
 ㉔ 채택역과 기각역은 서로 관계가 없다.

해설

귀무가설 H_0 가 기각될 확률이 유의수준(위

험률, α , 제1종과오)이라 하며, 위험률 α (제1종과오)가 크다는 것은 기각역이 크게 되는 경우이다. 채택역은 기각역의 반대 개념이다.

12 검·추정에 관련된 설명으로 옳지 않은 것은? (단, α 는 제1종 과오, β 는 제2종 과오)

- ㉑ α 를 크게 할수록 검출력은 작아진다.
 ㉒ 모표준편차를 작게 할수록 검출력은 커진다.
 ㉓ 시료의 크기가 일정하면, α 를 크게 할수록 β 는 작아진다.
 ㉔ α 를 일정하게 하고, 시료의 크기를 크게 할수록 β 는 작아진다.

해설

㉑ $\alpha \uparrow \rightarrow \beta \downarrow \rightarrow (1-\beta) \uparrow$ 의 관계이다.

㉒ $\sigma \downarrow \rightarrow u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \downarrow \rightarrow \alpha \uparrow, \beta \downarrow \rightarrow (1-\beta) \uparrow$ 의 관계이다.

㉓ (n 이 일정시) $\alpha \uparrow \rightarrow \beta \downarrow$ 의 관계이다.

㉔ (α 가 일정시) $n \uparrow \rightarrow u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \downarrow \rightarrow \alpha \uparrow, \beta \downarrow$ 의 관계이다.

◆ 추정의 개념 ◆

13 바람직한 추정량의 성질로 보기 어려운 것은?

- ㉑ 불편성(unbiasedness)
 ㉒ 유효성(efficiency)
 ㉓ 일치성(consistency)
 ㉔ 임의성(randomness)

해설

바람직한 추정량의 성질로는 ㉑, ㉒, ㉓항 및 충분성(sufficiency) 등이다.

14) 추정량의 성질 중 표본의 크기가 커지면 추정값은 모수에 가까워지게 되는 성질을 무엇이라 하는가?

- ㉠ 불편성 ㉡ 유효성
㉢ 일치성 ㉣ 충분성

해설

점추정량이 갖추어야 할 성질로는 불편성, 일치성, 유효성, 충분성 등이 있다.

15) 점추정량이 갖추어야 할 바람직한 성질로서 잘못된 것은?

- ㉠ 불편성(unbiasedness)
㉡ 정확성(preciseness)
㉢ 최소분산(minimum variance)
㉣ 일치성(consistency)

참조

점추정량이 갖추어야 할 성질로는 ① 불편성, ② 유효성, ③ 일치성, ④ 충분성이다.

16) 통계적 추정에 있어 추정량의 분산이 작을수록 바람직한 성질은?

- ㉠ 유효성 ㉡ 불편성
㉢ 일치성 ㉣ 충분성

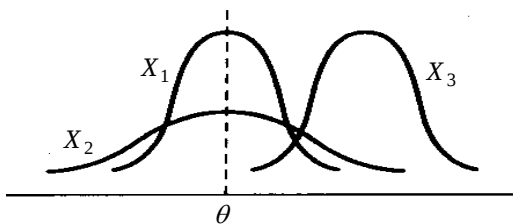
해설

㉡ 유효추정량 : 추정량의 분산이 작아야 좋은 추정량이 되는데, 이러한 추정량.

* 최소분산불편추정량 : Minimum Variance Unbiased Estimator: MVUE

* MVUE : 모든 불편추정량 중에서 가장 작은 분산을 갖는 추정량.

17) 그림은 참값 θ 에 대한 세 추정량 X_1, X_2, X_3 의 분포를 보여주고 있다. 다음 중 틀린 설명은?



- ㉠ X_1 과 X_2 는 불편추정량이다.
㉡ X_3 는 불편추정량이 아니다.
㉢ X_2 보다는 X_1 이 더 바람직하다.
㉣ X_2 가 항상 X_3 보다 바람직하다.

해설

바람직한 점추정량의 성질로는 ① 불편성, ② 유효성, ③ 일치성, ④ 충분성이다.

㉠, ㉡ : 점추정량 X_1, X_2 의 기대치

$$E(X_1) = \theta_1, E(X_2) = \theta_2 \text{라 둘 때 } \theta_1 = \theta$$

(참값), $\theta_2 = \theta$ 이면, 점추정량 X_1 과 X_2 를 불편추정량이라 한다. X_3 는 불편추정량이 아니다.

㉢ 불편(점)추정량 X_1 과 X_2 중 산포(분산)이 작은 점추정량은 X_1 이며, 점추정량의 이러한 성질을 유효성(efficiency : 최소분산)이라 한다.

㉣ 점추정량 X_2 는 불편성, 일치성 측면에서는 X_3 보다 우수하나, X_3 보다 산포가 크므로 유효성 측면에서는 X_3 보다 떨어진다.

18) 정량을 구하는 방법으로, 주어진 표본의 값이 나올 확률이 최대가 되도록 추정량을 구하는 방법은?

- ㉠ 적률법 ㉡ 최우추정법
㉢ 최소자승법 ㉣ 불편추정법

해설

㉡ 최우추정법은 최대우도추정법(MLE : Maximum Likelihood Estimates)이라고도 하며, 우도함수(확률밀도함수의 곱)를 최대로 하는 추정법이다.

확률표본 $(x_1, x_2, \dots, x_n) \sim f(x; \theta)$ 인 경우 우도함수는 $L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod f(x_i; \theta)$ 이고, 이 함수를 최대로 하는 $\hat{\theta}$ 를 최대우도추정량(MLE: Maximum Likelihood Estimator)이라 한다. 그러므로 회귀계수에 대한

MLE추정치는 최소제곱추정치(LSE)와 동일하다.

5.2 모평균의 검정과 추정

◆ 1개 모평균 검정 및 추정: σ 기지 ◆

01 P회사에서 생산하는 강철봉의 길이는 평균 2.8피트, 표준편차 0.20피트인 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다. 25개의 강철봉의 길이를 측정하여 구한 평균이 2.73피트라면 평균이 작아졌다고 할 수 있는가를 유의수준 5%로 검정할 때 기각역 R 과 검정통계량(u_0)의 값은?

- ㉠ $R = \{u_0 < -1.96\}$, $u_0 = -1.75$
- ㉡ $R = \{u_0 > 1.96\}$, $u_0 = 1.75$
- ㉢ $R = \{u_0 < -1.645\}$, $u_0 = -1.75$
- ㉣ $R = \{u_0 < 1.645\}$, $u_0 = 1.75$

해설

☞ σ 기지인 때의 1개 모평균에 대한 가설의 한쪽검정

- ① 가설 설정 : $H_0 : \mu \geq 2.80 (\mu_0), H_1 : \mu < 2.80$ (한쪽검정)

- ② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

- ③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{2.73 - 2.80}{0.20 / \sqrt{25}} = -1.75$$

- ④ 기각역(R) 설정 :

$$U_0 < -u_{1-\alpha} = -u_{0.95} = -1.645 \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각}$$

- ⑤ 판정 : $U_0 = -1.75 < -u_{0.95} = -1.645$ 이므로 유의수준 5%로 H_0 를 기각한다. 즉, 길이의 평균이 작아졌다고 할 수 있다.

02 한 타이어 제조회사에서 생산 중인 타이어의 수명은 평균이 37,000km, 표준편차는 5,000km인 것으로 알려져 있다. 타이어의 수명을 증가시키는 신 공정으로 시

제품을 100개 생산하여 조사한 결과 평균수명이 38,000km임을 알았다. 이때 유의수준 5%에서 검정을 하였을 때의 설명으로 가장 관계가 먼 것은?

- ㉠ 대립가설은 $H_1 : \mu > 37,000$ 이다.
- ㉡ 기각역은 $u_{0.95} = 1.645$ 이다.
- ㉢ 검정통계량값은 $u_0 = 2.0$ 이다.
- ㉣ 귀무가설이 채택된다.

해설

☞ 모분산을 알고 있을 때(σ 기지 시) 1개 모평균에 대한 가설의 한쪽검정

- ① 가설 설정 :

$$H_0 : \mu \leq 37,000 (\mu_0), H_1 : \mu > 37,000 \text{ (한쪽검정)}$$

- ② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

- ③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{38,000 - 37,000}{5,000 / \sqrt{100}} = 2.0$$

- ④ 기각역 설정 : $U_0 > u_{1-\alpha} = u_{0.95} = 1.645$

이면 H_0 기각

- ⑤ 판정 : $U_0 = 2.0 > u_{0.95} = 1.645$ 이므로 H_0 를 기각한다. 유의수준 5%로 유의적이다.

03 S회사가 생산하는 100개의 형광등 시료표본에서 평균수명 $\bar{x} = 1,170$ 시간임을 알았다. 회사의 과거 경험으로는 형광등의 평균수명은 1,200시간이고 표준편차는 80시간이다. 형광등의 수명이 변하였는지 여부를 유의수준 $\alpha = 0.01$ 과 $\alpha = 0.05$ 로 각각 검정하면? (단, $u_{0.995} = 2.576$, $u_{0.95} = 1.96$)

- ㉠ 1%의 유의수준으로만 귀무가설을 기각할 수 있다.
- ㉡ 5%의 유의수준으로만 귀무가설을 기각할 수 있다.
- ㉢ 1%, 5% 모두에서 귀무가설을 기각할 수 있다.
- ㉣ 1%, 5% 모두에서 귀무가설을 기각할 수 없다.

해설

☞ σ 기지인 때의 1개 모평균에 대한 가설의 양쪽검정

① 가설 설정 :

$$H_0 : \mu = 1,200 (\mu_0), H_1 : \mu \neq 1,200 (\text{양쪽검정})$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.01$ 또는 $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{1,170 - 1,200}{80 / \sqrt{100}} = -3.75$$

④ 기각역 설정 : $|U_0| > u_{1-\alpha/2}$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 :

㉠ $\alpha = 0.01$ 인 때 :

$$|U_0| = 3.75 > u_{0.995} = 2.576 \text{ 이므로 유의}$$

수준 1%로 H_0 를 기각한다.

따라서, 매우 유의적이다.

㉡ $\alpha = 0.05$ 인 때 :

$$|U_0| = 3.75 > u_{0.975} = 1.960 \text{ 이므로 유의}$$

수준 5%로 H_0 를 기각한다.

따라서, 유의적이다.

04 Y기계공정에서 프레스된 부품 지름의 기준치는 7.95mm, 표준편차 $\sigma = 0.03\text{mm}$ 라는 것을 알고 있다. 이 제조공정의 일부를 변경하여 10개 샘플을 측정한 결과 $\bar{x} = 7.926\text{mm}$ 이었다. 부품의 지름이 달라졌다고 할 수 있겠는가? (단, 유의수준 $\alpha = 5\%$ 이다.)

㉠ $u_0 \geq -1.96$ 이므로 지름이 변하지 않았다.

㉡ $u_0 < -1.96$ 이므로 지름이 달라졌다.

㉢ $u_0 \geq -1.96$ 이므로 지름이 달라졌다.

㉣ $u_0 < -1.96$ 이므로 지름이 변하지 않았다.

해설

☞ 한 개의 모평균과 기준치와의 차이검정

① 가설 설정 :

$$H_0 : \mu = 7.95 (\mu_0), H_1 : \mu \neq 7.95 (\text{양쪽검정})$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{7.926 - 7.95}{0.03 / \sqrt{10}} = -2.53$$

④ 기각역 설정 : $|U_0| > u_{1-\alpha/2} = u_{0.975} = 1.96$

이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $|U_0| = 2.53 > u_{0.975} = 1.96$ 이므로

유의수준 5%로 H_0 를 기각한다. 따라서,

부품의 지름이 달라졌다고 할 수 있다.

☞ 양쪽검정의 경우 기각역 설정의 다른 방법

$$U_0 < -u_{1-\alpha/2} = -u_{0.975} = -1.96 \text{ 또는}$$

$$U_0 > u_{1-\alpha/2} = u_{0.975} = 1.96 \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각.}$$

이 방법으로 해도 판정결과는 동일하나 다소 번거로워서 사용하기에 불편하다고 보여진다.

05 어떤 제품의 특성이 정규분포를 따르고 모집단의 표준편차가 알려진 경우, 모평균을 추정할 때의 설명으로 가장 적절한 것은?

㉠ 표본의 크기가 작으면, 신뢰구간은 넓어진다.

㉡ 모집단의 분산이 커지면, 신뢰구간은 좁아진다.

㉢ 신뢰도($1 - \alpha$)가 커지면, 추정의 폭은 좁아진다.

㉣ 표본의 크기가 커지면, 추정의 폭이 넓어진다.

해설

$$\hat{\mu} = \bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{의 관계식으로부터,}$$

㉠ 분산이 커지면 신뢰구간은 넓어지고,

㉡ 신뢰도가 커지면 추정폭은 넓어지고,

㉢ n 이 커지면 추정폭은 좁아진다.

06 어떤 제품의 수율평균치를 신뢰도 95%로 구간추정하고자 한다. 이때 신뢰구간의 폭을 $\pm 0.3\%$ 이내로 하려면 시료의 수는

해답

04. ㉡ 05. ㉢ 06. ㉣

최소 몇 개 이상으로 하여야 하는가?
(단, 종래 수율의 표준편차는 0.6%로 알려져 있다.)

- ㉠ 11 ㉡ 16 ㉢ 44 ㉣ 62

해설

$$\beta_{\bar{x}} = \pm 0.3 = \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ 관계식으로부터}$$

$$n \geq \left(\frac{u_{1-\alpha/2} \times \sigma}{0.3} \right)^2 = \left(\frac{u_{0.975} \times 0.6}{0.3} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 0.6}{0.3} \right)^2 = 15.4 \rightarrow 16 \text{ 개}$$

07 H자동차는 신차구입 후 5년 이상 자동차를 보유한 고객비율을 추정하려고 한다. 신뢰수준 95%에서 양측 신뢰구간의 폭을 ± 0.05 가 되도록 하기 위하여 필요한 최소표본의 크기는 약 얼마인가?

(단, 종래의 비율은 0.5이다.)

- ㉠ 375 ㉡ 380 ㉢ 385 ㉣ 390

해설

$$\beta_{\bar{x}} = \pm 0.05 = \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$= \pm u_{0.975} \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{n}} = \pm 1.960 \times \frac{0.5}{\sqrt{n}}$$

로부터

$$n \geq \left(\frac{1.960 \times 0.5}{0.05} \right)^2 = 384.16 \rightarrow 385 \text{ 개}$$

08 종래 K회사로부터 납품되고 있는 전선의 동에 대한 순도는 표준편차가 0.48%이었다. 이번에 납품된 로트의 평균치를 신뢰도 95%, 정도(精度) 0.30%로 추정하고 싶다면 몇 개의 샘플을 취하여야 하는가?

(단, $u_{0.975} = 1.96$, $u_{0.95} = 1.645$ 이다.)

- ㉠ 10개 ㉡ 12개 ㉢ 15개 ㉣ 20개

해설

$$\beta = \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{의 관계식으로부터}$$

$$0.3 = \pm u_{1-0.05/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm u_{1-0.975} \frac{0.48}{\sqrt{n}}$$

$$\rightarrow n \geq \left(\frac{u_{0.975} \times 0.48}{0.3} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 0.48}{0.3} \right)^2 = 9.8$$

$$\rightarrow 10 \text{ 개}$$

09 어느 공정으로부터 신뢰구간의 하한을 신뢰도 95%로 추정하였더니 50.3을 얻었다. 이때 시료의 크기 $n=16$, $\bar{x}=53.3$ 이라면, 표준편차 σ 는 얼마인가? (단, $u_{0.975} = 1.96$)

- ㉠ 6.12 ㉡ 8.24
㉢ 10.46 ㉣ 14.36

해설

모표준편차를 알고 있을 때 1개 모평균의 신뢰하한 추정식은

$$\hat{\mu}_L = \bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{의 관계식으로부터}$$

$$50.3 = 53.3 - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \rightarrow \therefore \sigma = 6.122$$

10 모평균의 구간추정을 위한 $100(1-\alpha)\%$ 양측신뢰구간의 폭을 반으로 줄이기 위해서는 표본의 크기를 어떻게 해야 하는가?

- ㉠ 2배 증가 ㉡ 4배 증가
㉢ 2배 감소 ㉣ 4배 감소

해설

양측 신뢰구간의 폭에서 한쪽의 폭을 d 라

$$\text{하면, } d = u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{에서 } n \geq \left(\frac{u_{1-\alpha/2} \times \sigma}{d} \right)^2$$

으로 주어진다.

여기서, d 대신에 $d/2$ 를 대입하면

$$n' \geq \left(\frac{u_{1-\alpha/2} \times \sigma}{d/2} \right)^2 = 4 \left(\frac{u_{1-\alpha/2} \times \sigma}{d} \right)^2 = 4n$$

즉, 신뢰구간의 폭을 반으로 줄이려면. 표본의 크기 n 을 4배로 증가시켜야 한다.

11 Y제품의 모평균에 대한 평균치가 증가하였는지를 검정하기 위하여 로트로부터

10개를 샘플링하여 측정하였더니 $\sum x_i = 258.4$ 이고 유의수준 5%에서 유의하다고 판정되었다. 모표준편차(σ)가 4.5라면 신뢰도 95%에 대한 신뢰하한은 약 얼마인가?

- ㉠ 23.05 ㉡ 23.50
㉢ 24.05 ㉣ 25.50

해설

$$\begin{aligned} \text{㉣} \text{ 신뢰하한 } \hat{\mu}_L &= \bar{x} - u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 258.4 - 1.645 \times \frac{4.5}{\sqrt{10}} = 23.499 \end{aligned}$$

12 설탕공장에서 커피용으로 생산되는 소단위 설탕 한 봉지의 무게는 정규분포에 따른다고 한다. 평균무게 μ 를 구간추정하기 위하여 $n=9$ 인 표본을 추출하여 $\bar{x}=7.0$ 을 얻었다. μ 의 95% 신뢰구간을 구하면 얼마인가? (단, 모표준편차 $\sigma=0.3$ 이다.)

- ㉠ 6.835~7.165 ㉡ 6.88~7.23
㉢ 6.8~7.34 ㉣ 6.804~7.196

해설

$$\begin{aligned} \text{㉣} \hat{\mu} &= \bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 7.0 \pm 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{9}} \\ &= 7.0 \pm 0.196 = (6.804, 7.196) \end{aligned}$$

13 모집단의 표준편차는 4이고, 그 모집단에서 100개를 추출하여 평균을 알아보니 501.2이었다. 모집단의 평균(μ)에 대한 95% 신뢰구간은 약 얼마인가?

- ㉠ $500 \leq \mu \leq 503$
㉡ $500.168 \leq \mu \leq 502.232$
㉢ $500.236 \leq \mu \leq 502.432$
㉣ $500.416 \leq \mu \leq 501.984$

해설

$$\begin{aligned} \text{13} \hat{\mu} &= \bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 501.2 \pm u_{0.975} \frac{4}{\sqrt{100}} \\ &= 501.2 \pm 1.96 \times 0.4 = 501.2 \pm 0.784 \\ &= (500.416, 501.984) \end{aligned}$$

14 어떤 제품의 특성이 정규분포를 따르고 모집단의 표준편차가 알려진 경우 모평균을 추정할 때의 설명 중 가장 관계가 먼 것은?

- ㉠ 신뢰도($1-\alpha$)가 높아지면 추정의 폭은 넓어진다.
㉡ 모집단의 분산이 커지면 신뢰구간은 좁아진다.
㉢ n 이 커지면 추정의 폭은 $\sqrt{n}$ 에 비례하여 좁아진다.
㉣ 샘플크기가 적으면 신뢰구간은 넓어진다.

해설

14 모평균에 대한 신뢰도($1-\alpha$)의 양쪽신뢰구간

추정식 $\hat{\mu} = \bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 로부터 모집단의 분산(σ^2)이 커지면 신뢰구간은 넓어진다.

◆ 1개 모평균 검정 및 추정: σ 미지 ◆

15 모표준편차를 모르고 있을 때 모평균의 양측 신뢰구간 추정에 사용되는 식은?

- ㉠ $\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{\frac{s}{n}}$
㉡ $\bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$
㉢ $\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}}$
㉣ $\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s^2}{\sqrt{n}}$

해설

㉣ 표준편차 σ 를 모르는 경우 모평균 μ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \\ (\text{단, } s &\approx \sqrt{V} = \sqrt{S/(n-1)})\end{aligned}$$

[참고] n 이 매우 크면 t 분포는 표준정규분포에 근사하므로 $t_{1-\alpha/2}(n-1)$ 대신에 $u_{1-\alpha/2}$ 를 사용하여도 무방하다.

16 어떤 공정의 모평균은 50이었다. 그런데 새로운 기계의 도입으로 공정의 일부가 바뀌었다. 바뀐 공정으로부터 조사한 데이터가 다음과 같을 때, 모평균의 검정에 사용할 검정통계량은 얼마인가? (단, 표준편차는 모르며, 유의수준은 5%이다.) (단위 : cm)

[데이터] 53, 52, 47, 49, 54, 50

㉠ 0.83 ㉡ 0.77 ㉢ 0.41 ㉣ 2.64

해설

모분산을 모를 때(σ 미지 시) 1개 모평균에 대한 가설의 양쪽검정

① 가설 설정 :

$$H_0: \mu = 50 (\mu_0), \quad H_1: \mu \neq 50 \text{ (양쪽검정)}$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(t_0) 계산 :

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{50.83 - 50}{2.639 / \sqrt{6}} = 0.7704$$

여기서, $\bar{x} = 50.83$, $n = 6$

$$\begin{aligned}s &\approx \sqrt{V} = \sqrt{\frac{S}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{6-1} \left[(53^2 + \dots + 50^2) - \frac{(53 + \dots + 50)^2}{6} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{6-1} \left[15,539 - \frac{305^2}{6} \right]} = 2.639\end{aligned}$$

④ 기각역 설정 :

$$|t_0| > t_{1-\alpha/2}(\nu) = t_{0.975}(5) = 2.571 \text{ 이면}$$

H_0 기각

⑤ 판정 : $|t_0| = 0.7704 < t_{0.975}(5) = 2.571$ 로서

유의수준 5%로 H_0 를 기각할 수 없다.

즉, 새로운 기계의 도입으로 공정의 일부가 바뀌었다고 할 수 없다.

17 Y제품의 로트로부터 6개의 시료를 랜덤 샘플링하여 경도를 측정한 결과 다음과 같은 데이터를 얻었다. 이 제품의 경도의 모평균에 대한 95% 신뢰구간을 구하면 약 얼마인가?

$$\begin{aligned}(\text{단, } t_{0.975}(5) &= 2.571, \quad t_{0.975}(6) = 2.447, \quad t_{0.95}(5) \\ &= 2.015, \quad t_{0.95}(6) = 1.943)\end{aligned}$$

[데이터] 53, 52, 59, 55, 54, 57

㉠ 53.305~56.695 ㉡ 52.395~57.605

㉢ 52.855~57.145 ㉣ 52.263~57.737

해설

모분산을 모를 때(σ 미지 시) 1개 모평균의 양쪽신뢰구간 추정식은

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{\frac{V}{n}} \\ &= \frac{330}{6} \pm t_{0.975}(5) \sqrt{\frac{6.8}{6}} = 55 \pm 2.571 \times 1.06458 \\ &= 55 \pm 2.737 = (55.263, 57.737)\end{aligned}$$

여기서, $\nu = n - 1 = 6 - 1 = 5$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x}{n} = \frac{53 + 52 + \dots + 57}{6} = 55 \\ s^2 &\approx V = \frac{S}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \\ &= \frac{1}{6-1} \left[18,184 - \frac{330^2}{6} \right] = 6.8\end{aligned}$$

18 어떤 모집단에서 랜덤하게 시료를 5개 뽑아 측정한 결과 표본평균이 4.82, 표본의

분산이 0.822로 나타났다. 모평균(μ)의 95% 신뢰구간을 가장 정확하게 추정한 것은?

(단, $t_{0.975}(4) = 2.776$, $t_{0.95}(4) = 2.132$, $t_{0.975}(5) = 2.571$, $t_{0.95}(5) = 2.015$ 이다.)

㉠ $3.694 \leq \mu \leq 5.946$ ㉡ $3.778 \leq \mu \leq 5.862$

㉢ $3.956 \leq \mu \leq 5.684$ ㉣ $4.003 \leq \mu \leq 5.637$

해설

모분산을 모를 때(σ 미지 시) 1개 모평균의 95% 양쪽신뢰구간 추정의 경우이므로

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{\frac{V}{n}} \\ &= 4.82 \pm t_{0.975}(4) \sqrt{\frac{0.822}{5}} \\ &= 4.82 \pm 2.776 \sqrt{\frac{0.822}{5}} = 4.82 \pm 1.1256\end{aligned}$$

여기서, $\nu = n - 1 = 5 - 1 = 4$, $s^2 = V = 0.822$

19 1주일 동안 어떤 기계에 의하여 생산된 200개의 베어링의 반지름을 측정한 결과, 표본평균 0.824cm, 표본표준편차 0.042cm를 얻었다. 베어링의 평균에 대한 99% 양측신뢰구간은?

(단, $u_{0.975} = 1.96$, $u_{0.995} = 2.58$, $u_{0.99} = 2.326$)

㉠ 0.7653~0.8388 ㉡ 0.7864~0.8516

㉢ 0.8163~0.8317 ㉣ 0.8171~0.8309

해설

모분산을 모를 때 1개 모평균의 양쪽신뢰구간 추정의 경우이다.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= 0.824 \pm t_{1-\alpha/2}(199) \frac{0.042}{\sqrt{200}} \\ &= 0.824 \pm u_{1-\alpha/2} \frac{0.042}{\sqrt{200}} = 0.824 \pm 2.58 \frac{0.042}{\sqrt{200}} \\ &= 0.824 \pm 0.00766 = (0.81634, 0.83166)\end{aligned}$$

여기서,

$$\bar{x} = 0.824, n = 200,$$

$$\nu = n - 1 = 200 - 1 = 199, \alpha = 0.01 \text{이고,}$$

$$\nu = 199 > 120 \text{ 이므로,}$$

$$t_{1-\alpha/2}(199) \approx t_{1-\alpha/2}(\infty)$$

$$= u_{1-\alpha/2} = u_{0.995} = 2.58$$

20 어떤 제품의 길이를 측정한 결과 다음과 같은 데이터를 얻었다. 이 제품의 평균에 대한 상측 신뢰한계값을 추정하면?
(단, 신뢰율은 95%이다.)

[데이터]	20.2	19.4	20.5	20.0
	19.8	20.2	19.9	20.7

ν	$t_{0.95}(\nu)$	$t_{0.975}(\nu)$
7	1.895	2.365
8	1.860	2.306
9	1.833	2.262

㉠ 20.362 ㉡ 20.430

㉢ 20.630 ㉣ 21.541

해설

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_U &= \bar{x} + t_{1-\alpha}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} + t_{0.95}(7) \frac{0.409}{\sqrt{8}} \\ &= 20.09 + 1.895 \times \frac{0.409}{\sqrt{8}} = 20.362\end{aligned}$$

여기서,

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{20.2 + 19.4 + \dots + 20.7}{8} = 20.09$$

$$\begin{aligned}s &\approx \sqrt{V} = \sqrt{\frac{S}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - (\sum x)^2 / n}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(20.2^2 + \dots + 20.7^2) - (20.2 + \dots + 20.7)^2 / 8}{7}} \\ &= 0.409\end{aligned}$$

[주의] 상측신뢰한계를 구할 때 u 값은 $u_{1-\alpha/2}$ 가 아니고 $u_{1-\alpha}$ 인 점에 유의한다.

21 $n = 20$, $\bar{x} = 0.36$, 편차제곱의 합으로 $S = 0.054$ 인 모평균 μ 를 구간 추정하면?
(단, 신뢰율은 95%이며, $t_{0.975}(19) = 2.093$, $t_{0.975}(20) = 2.086$ 이다.)

해답 19. ㉢ 20. ㉠ 21. ㉠

- ㉠ 0.335~0.385 ㉡ 0.291~0.335
 ㉢ 0.385~0.395 ㉣ 0.353~0.358

해설

모평균 μ 의 신뢰율 95% 양쪽신뢰구간 추정

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= \bar{x} \pm t_{0.975}(19) \frac{0.053}{\sqrt{20}} \\ &= 0.36 \pm 2.093 \times 0.012 = (0.335, 0.385)\end{aligned}$$

여기서,

$$s \approx \sqrt{V} = \sqrt{S/(n-1)} = \sqrt{0.054/19} = 0.053$$

◆ 2개 모평균차 검정 및 추정 :

$$\sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ 기지 } \blacklozenge$$

22 A사 제품과 B사 제품의 재료로트에서 각각 샘플을 5개, 7개씩 랜덤하게 추출하여 강도를 측정한 결과가 다음 표와 같다. 두 회사 데이터의 모평균차의 검정결과로 가장 올바른 것은? (단, $\sigma_A = 5.0 \text{ kgf/mm}^2$, $\sigma_B = 4.0 \text{ kgf/mm}^2$, $\alpha = 0.05$)

회사	데이터	합	평균
A사	46, 47, 38, 46, 45	$\sum = 222$	$\bar{x}_A = 44.4$
B사	37, 36, 35, 41, 39, 43, 31	$\sum = 272$	$\bar{x}_B = 38.9$

- ㉠ 유의적이다. ㉡ 유의적이 아니다.
 ㉢ 차가 없다고 할 수 있다.
 ㉣ 경우에 따라서 차가 있다.

해설

(σ_A^2, σ_B^2 기지, $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$) 2개 모평균 차에 대한 가설의 양쪽검정

① 가설 설정 :

$$H_0: \mu_A = \mu_B, \quad H_1: \mu_A \neq \mu_B \text{ (양쪽검정)}$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} = \frac{44.4 - 38.9}{\sqrt{\frac{5.0^2}{5} + \frac{4.0^2}{7}}} = 2.038$$

여기서,

$$\bar{x}_A = 44.4, \quad \bar{x}_B = 38.9, \quad n_A = 5, \quad n_B = 7,$$

$$\sigma_A = 5.0, \quad \sigma_B = 4.0$$

④ 기각역 설정 :

$$|U_0| > u_{1-\alpha/2} = u_{0.975} = 1.960 \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각}$$

⑤ 판정 : $|U_0| = 2.038 > u_{0.975} = 1.960$ 이므로

유의수준 5%로 H_0 를 기각한다(유의적이다). 즉, 차가 있다고 판정한다.

◆ 2개 모평균차 검정 및 추정 :

$$\sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ 미지, } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \blacklozenge$$

23 두 모집단의 평균치가 같은지를 검정하려 한다. 두 모집단에서 각각 n_x 와 n_y 개의 표본을 추출할 때, 다음의 설명 중 가장 올바른 것은?

- ㉠ 항상 정규분포를 이용하여 검정한다.
 ㉡ 두 모집단의 분산을 모르면 자유도가 $n_x + n_y - 2$ 인 t 분포 활용으로 검정한다.
 ㉢ 두 모집단의 분산을 모르면 자유도가 $n_x + n_y - 1$ 인 t 분포 활용으로 검정한다.
 ㉣ 두 모집단의 분산을 모르면 자유도가 $n_x + n_y$ 인 t 분포를 이용하여 검정한다.

해설

㉠ 2개 모집단의 모분산을 알고 있는 때에는 정규분포를 이용하는 U 검정을 한다.

㉡ 2개 모집단의 모분산을 모르고 있는 때, 2개 모집단의 모평균의 차에 대한 양쪽검정은 t 검정을 한다. 이때 t 분포 $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ 에서 자유도는 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 일 때 $\nu = \nu_1 + \nu_2 = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2$, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 일 때 Satterthwaite자유도 ν^* 를 이용한다.

◆ 대응있는 2조 모평균차 검추정 ◆

24 A, B 두 사람의 작업자가 6개의 시료의 농도를 각각 측정한 결과 다음과 같은 데이터가 나왔다. 두 사람의 측정치 사이에 유의차가 있는지 검정하고자 한다.

검정통계량의 값은?

시료	1	2	3	4	5	6
A	68	67	73	76	70	76
B	72	74	60	65	71	63

- ㉠ 9.17 ㉡ 4.174 ㉢ 2.015 ㉣ 1.113

해설

대응있는 2조의 모평균 차에 대한 양쪽검정에서 σ_d^2 을 모를 때

① 가설 설정 : $H_0: \Delta=0(\Delta_0)$, $H_1: \Delta \neq 0$
(양쪽검정)

② 유의수준 : α 를 정해야 검정이 가능함.

③ 검정통계량의 값(t_0) 계산 :

$$t_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{\sqrt{V_d / n}}$$

$$= \frac{4.167 - 0}{\sqrt{84.166/6}} = 1.113$$

$$\text{여기서, } \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{25}{6} = 4.167$$

$$s_d^2 \approx V_d = \frac{S_d}{n-1}$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n} \right]$$

$$= \frac{1}{6-1} \left[525 - \frac{25^2}{6} \right] = 84.166$$

시료	1	2	3	4	5	6	계
A	68	67	73	76	70	76	430
B	72	74	60	65	71	63	405
d_i	-4	-7	13	11	-1	13	25
d_i^2	16	49	169	121	1	169	525

④ 기각역 설정 :

$$|t_0| > t_{1-\alpha/2}(\nu) = t_{1-\alpha/2}(n-1) = t_{1-\alpha/2}(5) \text{ 이면}$$

H_0 기각

25 대응관계가 있는 데이터의 모평균의 차에 대한 검정을 하는 경우 사용하여야 할 검정통계량은? (단, σ 미지)

$$\text{㉠ } t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

$$\text{㉡ } t_0 = \frac{\bar{d}}{\sqrt{s_d^2 / \sqrt{n}}}$$

$$\text{㉢ } t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1}{n_1} + \frac{S_2}{n_2}}}$$

$$\text{㉣ } t_0 = \frac{\bar{d}}{\sqrt{s_d / \sqrt{n}}}$$

해설

대응있는 2조의 모평균 차에 대한 양쪽검정은 σ_d^2 미지시의 검정통계량

$$t_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$\text{여기서, } \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}, \Delta_0 = \mu_1 - \mu_2$$

$$s_d^2 \approx V_d = \frac{S_d}{n-1}$$

5.3 산포의 검정과 추정

◆ 1개 모분산의 검정 및 추정 ◆

01 $H_0: \sigma^2 = 45$, $H_1: \sigma^2 \neq 45$ 를 검정하기 위해 $n=10$ 의 시료를 무작위로 추출하여 불편분산을 계산하였더니 그 값이 8.7이었다. 이 경우의 검정통계량 χ_0^2 은?

- ㉠ 1.93 ㉡ 2.58
㉢ 17.4 ㉣ 36.9

해설

1개 모분산의 양쪽검정 (σ^2 기지의 경우)

① 가설 설정 :

$$H_0: \sigma^2 = 4.5(\sigma_0^2), H_1: \sigma^2 \neq 4.5(\text{양쪽검정})$$

② 유의수준: $\alpha = 0.05$ (일례로 가정했음.)

③ 검정통계량의 값(χ_0^2) 계산 :

$$\begin{aligned}\chi_0^2 &= \frac{S}{\sigma_0^2} = \frac{vW}{\sigma_0^2} \\ &= \frac{(n-1)V}{\sigma_0^2} = \frac{9 \times 8.7}{4.5} = 17.4\end{aligned}$$

④ 기각역 설정 : $\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha/2}^2(v)$ 또는

$$\chi_0^2 < \chi_{\alpha/2}^2(v) \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각}$$

02 모분산(σ^2)의 양측 신뢰구간을 구할 때의 설명으로 가장 관계가 먼 것은?

- ㉠ 우측 신뢰구간의 값이 좌측 신뢰구간의 값보다 크게 나왔다.
- ㉡ 유의수준(α)의 값을 크게 하였더니 신뢰구간 폭이 작아졌다.
- ㉢ χ^2 분포를 이용한다.
- ㉣ 신뢰하한의 값을 구하였더니 '음수값'이 나왔다.

해설

㉠ $\chi_{\alpha/2}^2(v) < \chi_{1-\alpha/2}^2(v)$ 이므로 좌측 신뢰한계값

$$\sigma_L^2 = \frac{S}{\chi_{1-\alpha/2}^2(v)} \text{ 이 우측 신뢰한계의 값인}$$

$$\sigma_U^2 = \frac{S}{\chi_{\alpha/2}^2(v)} \text{ 보다 작다.}$$

㉣ 모분산의 점추정치 $\hat{\sigma}^2 = V = \frac{S}{v} > 0$ 이므로

모분산 σ^2 의 양측신뢰구간에 음(-)의 값이 포함되지 않는다.

03 L기업의 지난 해 생산량의 분산은 10으로 알려져 있다. 최근 공정의 산포가 매우 나빠진 것 같아 다음과 같이 6개의 데이터를 측정하였다. 산포가 개선되었는지 검토하는 과정에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

(단, $\chi_{0.95}^2(5) = 11.07$, $\chi_{0.95}^2(6) = 12.82$, $\chi_{0.975}^2(5) =$

$$= 12.82, \chi_{0.975}^2(6) = 14.45, \chi_{0.05}^2(5) = 11.45,$$

$$\chi_{0.05}^2(6) = 16.35, \chi_{0.025}^2(5) = 0.831, \chi_{0.025}^2(6) = 1.237)$$

100, 130, 150, 120, 170, 150

㉠ 한쪽검정이다. ㉡ 귀무가설 기각이다.

㉢ 대립가설은 $\sigma^2 > 10$ 이다.

㉣ 검정통계량값은 150이상 200이하이다.

해설

1개의 모분산에 대한 한쪽검정

① 가설 설정: $H_0: \sigma^2 \leq 10(\sigma_0^2)$, $H_1: \sigma^2 > 10$
(한쪽검정)

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(χ_0^2) 계산 :

$$\chi_0^2 = \frac{S}{\sigma_0^2} = \frac{3,133}{10} = 313.3$$

여기서,

$$\begin{aligned}S &= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \\ &= (100^2 + 130^2 + \dots + 150^2) - \frac{820^2}{6} \\ &= 115,200 - 112,067 = 3,133\end{aligned}$$

④ 기각역 설정 :

$$\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2(v) = \chi_{0.95}^2(5) = 11.07 \text{ 이면}$$

H_0 기각

⑤ 판정 : $\chi_0^2 = 313.3 > \chi_{0.95}^2(5) = 11.07$

이므로 유의수준 5%로 H_0 를 기각한다.

따라서, 산포가 작아졌다고 할 수 없다.

04 제품의 강도를 측정하였더니 다음과 같다. 보기를 이용하여 모집단의 강도의 모분산의 95% 신뢰구간을 구하면 약 얼마인가?

강도 데이터 : 5, 7, 9, 10, 13, 15

$$\chi_{0.95}^2(5) = 11.07, \chi_{0.95}^2(6) = 12.82$$

$$\chi_{0.975}^2(5) = 12.82, \chi_{0.975}^2(6) = 14.45$$

$$\chi_{0.05}^2(5) = 11.45, \chi_{0.05}^2(6) = 16.35$$

$$\chi_{0.025}^2(5) = 0.831, \chi_{0.025}^2(6) = 1.237$$

해답 02. ㉣ 03. ㉣ 04. ㉣

- ㉠ (1.11, 3.88) ㉡ (2.32, 9.10)
 ㉢ (4.7, 55.6) ㉣ (5.4, 82.8)

해설

1.88 σ^2 기지의 경우 1개 모분산의 95% 양쪽 신뢰구간 추정에서

$$\frac{S}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} \leq \sigma^2 \leq \frac{S}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)}$$

$$\rightarrow \frac{68.83}{\chi^2_{0.975}(5)} \leq \sigma^2 \leq \frac{68.83}{\chi^2_{0.025}(5)}$$

$$\rightarrow \frac{68.83}{12.83} \leq \sigma^2 \leq \frac{68.83}{0.831}$$

$$\rightarrow \therefore 5.3 \leq \sigma^2 \leq 82.83$$

여기서,

$$\alpha = 0.05, n = 6, \nu = n - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$S = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 649 - \frac{59^2}{6} = 68.83$$

05 모분산의 검정과 추정에 대한 일반적 인 설명으로 옳지 않은 것은?

- ㉠ 모분산의 신뢰구간은 좁을수록 정밀도가 높다.
 ㉡ 모분산의 정밀도를 높이려면 샘플수를 늘린다.
 ㉢ 모분산 추정시 모집단의 평균이 알려져 있으면 검정통계량은 F 검정이나 t 검정을 사용한다.
 ㉣ 모분산의 95% 신뢰구간을 구했으면, 모분산이 5%만큼 신뢰구간을 벗어날 수 있다는 의미이다.

해설

㉢ 모분산 추정시 모집단의 모분산이 알려져 있으면 검정통계량은 χ^2 분포를 사용하여

$$\chi^2_0 = \frac{S}{\sigma_0^2} \text{으로 검정한다.}$$

06 K음식점에서는 고객 만족도를 향상하기 위하여 일정한 맛을 중요한 지표로 정하였다. 현재 알려진 표준편차는 2이다. 그 동안 개선을 진행했지만 맛의 산포가 더 나빠

졌다는 주장이 있다. 주장하는 바를 검정하기 위하여 아래와 같이 6개의 맛의 수치를 측정하였다. 공정이 나빠졌는지의 검정에 관한 설명으로 옳지 않은 것은?

(단, $\chi^2_{0.95}(5) = 11.07$, $\chi^2_{0.95}(6) = 12.82$, $\chi^2_{0.975}(5) = 12.82$, $\chi^2_{0.975}(6) = 14.45$, $\chi^2_{0.05}(5) = 1.145$, $\chi^2_{0.05}(6) = 1.635$, $\chi^2_{0.025}(5) = 0.831$, $\chi^2_{0.025}(6) = 1.237$ 이다.)

[데이터] 21, 33, 15, 18, 15, 20

- ㉠ 한쪽검정을 한다.
 ㉡ 귀무가설은 기각된다.
 ㉢ 검정통계량은 111.67이다.
 ㉣ 주어진 표준편차를 제공하여 분산으로 바꾸어 검정을 실시한다.

해설

1.89 1개의 모분산에 대한 한쪽검정

① 가설 설정 :

$$H_0: \sigma^2 = 2^2(\sigma_0^2), H_1: \sigma^2 > 2^2(\text{한쪽검정})$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(χ^2_0) 계산 :

$$\chi^2_0 = \frac{S}{\sigma^2} = \frac{223.33}{2^2} = 55.83$$

여기서,

$$S = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 27.04 - \frac{122^2}{6} = 223.33$$

④ 기각역 설정 :

$$\chi^2_0 > \chi^2_{1-\alpha}(\nu) = \chi^2_{1-0.05}(5) = \chi^2_{0.95}(5) = 11.07$$

이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $\chi^2_0 = 55.83 > \chi^2_{0.95}(5) = 11.07$ 이므로 H_0 를 기각한다. 따라서, 유의적이다.

07 전구 10개의 수명을 측정하였더니 평균($\bar{x}$)이 1,200시간, 표준편차(s)가 75시간이었다. 전구수명의 모분산(σ^2)의 95% 신뢰구간은 약 얼마인가?

- (단, $\chi^2_{0.025}(9) = 2.70$, $\chi^2_{0.975}(9) = 19.02$,
 $\chi^2_{0.025}(10) = 3.25$, $\chi^2_{0.975}(10) = 20.48$ 이다.)
- ㉠ 52~137 ㉡ 296~2,083
 ㉢ 2,472~15,576 ㉣ 2,662~18,750

해설

1. σ^2 의 $100(1-\alpha)\%$ 양쪽신뢰구간 추정

$$\begin{aligned} \frac{S}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} &\leq \sigma^2 \leq \frac{S}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)} \\ \rightarrow \frac{\nu V}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} &\leq \sigma^2 \leq \frac{\nu V}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)} \\ \rightarrow \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} &\leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)} \\ \rightarrow \frac{9 \times 75^2}{\chi^2_{0.975}(9)} &\leq \sigma^2 \leq \frac{9 \times 75^2}{\chi^2_{0.025}(9)} \\ \rightarrow \frac{9 \times 75^2}{19.02} &\leq \sigma^2 \leq \frac{9 \times 75^2}{2.70} \\ \rightarrow \therefore 2,662 &\leq \sigma^2 \leq 18,750 \end{aligned}$$

08 모분산의 신뢰구간 추정에 관한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ㉠ 신뢰구간 계산은 카이제곱 분포를 이용한다.
 ㉡ 모분산의 신뢰구간은 분산이 크면 음수도 가능하다.
 ㉢ 신뢰구간의 추정시 사용되는 자유도는 (시료의 크기-1)이다.
 ㉣ 신뢰구간의 추정은 검정 결과가 유의할 경우에만 의미가 있다.

해설

- ㉡ $\hat{\sigma}^2 = V = \frac{S}{\nu} > 0$ 으로서 σ^2 은 음수가 될 수 없다.

◆ 모분산비의 검정 및 추정 ◆

09 두 정규모집단 A와 B에서 각각 16, 13개의 표본을 취하여 구한 불편분산이 각각

$V_A = 47.3$, $V_B = 36.4$ 이다. 두 집단의 모분산 σ_A^2 이 σ_B^2 보다 크다고 할 수 있는지를 유의수준 5%로 검정하고자 한다. 이때에 사용할 검정방법은?

- ㉠ Z 검정 ㉡ t 검정
 ㉢ F 검정 ㉣ χ^2 검정

해설

- ㉢ 2조의 시료의 크기 n_1 및 n_2 , 2조의 데이터로부터 구한 불편분산을 V_1, V_2 라 할 때, 모분산비에 관한 검정 및 추정은 다음의 통계량인 $F_0 = \frac{V_1 / \sigma_1^2}{V_2 / \sigma_2^2} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ 가 자유도 ($\nu_1 = n_1 - 1$, $\nu_2 = n_2 - 1$)를 갖는 F 분포에 따른다는 성질을 이용한다.

10 공정 A와 B에서 만들어지는 제품을 10개씩 추출하여 강도(kgf/cm²)를 측정하였더니 $S_A = 8$, $S_B = 2$ 이었다. 각 공정으로부터 만들어지는 제품의 강도분산을 σ_A^2 , σ_B^2 이라 할 때, $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ 을 검정하는 데 필요한 검정통계량 값은?

- ㉠ 4 ㉡ 6 ㉢ 8 ㉣ $\frac{1}{8}$

해설

1. 모분산비의 양쪽검정(모분산의 유의차 검정)으로서

① 가설 설정 :

$$H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2, H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2 \text{ (양쪽검정)}$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(F_0) 계산 :

$$F_0 = \frac{V_A}{V_B} = \frac{S_A / (n_A - 1)}{S_B / (n_B - 1)} = \frac{8/9}{2/9} = 4$$

(단, $V_A > V_B$ 의 관계)

④ 기각역 설정 :

$$F_0 > F_{1-\alpha/2}(\nu_A, \nu_B) = F_{0.975}(9, 9) = 4.0$$

또는 $F_0 < F_{\alpha/2}(v_A, v_B) = F_{0.025}(9, 9)$

$$= \frac{1}{F_{0.975}(9, 9)} = \frac{1}{4.03} = 0.248 \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각}$$

11 두 직조기계에 의해 뜨게실을 생산할 경우 각 기계에 따른 뜨게실의 조밀함에 대한 산포의 크기를 비교하려 한다. 다음 중 적합한 검정법은? (단, 각 측정값들은 정규분포에 따른다고 한다.)

- ㉠ F 검정 ㉡ 카이제곱 검정
㉢ t 검정 ㉣ U 검정

해설

㉡ 산포의 크기를 비교하고자 하는 경우이므로, 2개 모집단의 모분산의 비교(즉, 모분산비 검정)에 사용되는 통계분포표는 F 분포를 사용하는 F 검정을 한다.

5.4 계수치 검정과 추정

◆ 모부적합품률의 검정 및 추정 ◆

01 어떤 동전을 40회 던졌을 때 앞면이 24회 나왔다. 만약 이 동전을 무한히 던졌을 때 앞면이 나올 확률의 95% 신뢰구간을 구하면 약 얼마인가?

(단, $u_{0.975} = 1.96$, $u_{0.95} = 1.645$ 이다)

- ㉠ 0.35~0.72 ㉡ 0.37~0.63
㉢ 0.45~0.75 ㉣ 0.48~0.77

해설

2항분포의 정규분포 근사법을 적용하여, 앞면이 나올 확률 P 의 95% 신뢰구간을 추정하면

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} \hat{P}_U \\ \hat{P}_L \end{matrix} \right\} &= \hat{p} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= 0.6 \pm u_{0.975} \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{40}} \\ &= 0.6 \pm 1.96 \times \sqrt{0.006} \\ &= 0.6 \pm 0.15182 = (0.44818, 0.75182) \end{aligned}$$

여기서, P 의 점추정치인 앞면 나올 확률

$$\hat{p} = \frac{24}{40} = 0.6$$

[참조] 모부적합품률은 대문자 P 로, 이의

추정치는 소문자 $\hat{p}$ 로 표기된다.

02 다음 중 모부적합품률에 대한 검정을 할 때의 통계량 표시로 옳은 것은?

- ㉠ $u_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-\hat{p})}}$
㉡ $u_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$
㉢ $u_0 = \frac{p_0 - \hat{p}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$
㉣ $u_0 = \frac{p_0 - \hat{p}}{\sqrt{\frac{p_0(1-\hat{p})}{n}}}$

해설

모부적합품률의 검정 및 추정 방법은 다음의 성질을 이용한 것이다.

① 공정이 관리상태에 있고, 그 모부적합품률이 P_0 이면, 그 공정으로부터 랜덤하게 채취한 크기 n 의 시료가운데 발견되는 부적합품수 x 는 이항분포에 따른다.

② 시료크기 n 이 큰 경우, 즉 ($nP_0 \geq 5$, $n(1-P_0) \geq 5$ 인 경우)

표본의 부적합품률 $\hat{p} = X/n$ 는 근사적으로 평균 P 이고 표준편차 $\sqrt{P(1-P)/n}$ 인 정규분포에 따르므로, 표준화된 통계량인

$$U_0 = \frac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

는 근사적으로 정규분포에 따른다는 성질을 이용한다.

03 $H_0 : P \leq 0.10$, $H_1 : P > 0.10$ 의 검정을 하려고 $n = 80$ 의 랜덤샘플을 취해 조사하였

더니 10개의 부적합품이 섞여 있었다. 유의 수준을 5%로 할 때 검정결과는?

- ㉠ 유의하지 않다.
 ㉡ 유의하다. (매우 유의하지는 않다.)
 ㉢ 매우 유의하다.
 ㉣ 주어진 데이터만 가지고는 알 수 없다.

해설

모부적합품률의 검정

① 가설 설정 :

$$H_0: P \leq 0.10, H_1: P > 0.10 \text{ (한쪽검정)}$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{10/80 - 0.1}{\sqrt{\frac{0.1 \times (1-0.1)}{80}}} = 0.745$$

④ 기각역 설정 : $U_0 > u_{1-\alpha} = u_{0.95} = 1.645$

이때 H_0 기각

⑤ 판정 : $U_0 = 0.745 < u_{0.95} = 1.645$ 이므로

유의하지 않으며, H_0 를 기각할 수 없다.

04 어떤 제조공정에서 $n=100$ 의 시료를 채취하여 외관검사를 하였더니 부적합품이 10개가 나왔다. 이 공정의 모부적합품률의 신뢰구간을 구하면 약 얼마인가?

(단, 95% 신뢰율로서 추정하시오.)

- ㉠ $0.0226 \leq P \leq 0.1774$
 ㉡ $0.0412 \leq P \leq 0.1588$
 ㉢ $0.0568 \leq P \leq 0.1432$
 ㉣ $0.196 \leq P \leq 0.296$

해설

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} \hat{P}_U \\ \hat{P}_L \end{matrix} \right\} &= \hat{p} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= 0.1 \pm u_{0.975} \sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{100}} \\ &= 0.1 \pm 1.96 \times \sqrt{0.009} \\ &= 0.1 \pm 0.0588 = (0.0412, 0.1588) \end{aligned}$$

여기서, 모부적합품률 P 의 점추정치인

$$\text{시료부적합품률 } \hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{10}{100} = 0.1$$

05 Y공정의 로트로부터 100개의 표본을 추출하여 측정한 결과 8개의 부적합품(불량품)이 나왔다. 신뢰율 95%로 모부적합품(불량)률의 신뢰상한을 구하면?

- ㉠ 0.013 ㉡ 0.125
 ㉢ 0.0432 ㉣ 0.43

해설

$$\begin{aligned} \hat{P}_U &= \hat{p} + u_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= \hat{p} + u_{0.95} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= 0.08 + 1.645 \sqrt{\frac{0.08(1-0.08)}{100}} = 0.125 \end{aligned}$$

[주의] 신뢰상한과 같이 한쪽추정일 때 u 값은 $u_{1-\alpha/2}$ 가 아닌 $u_{1-\alpha}$ 인 점에 유의한다.

06 1로트 약 5,000개에서 뽑은 100개의 랜덤시료 중에 부적합품(불량)이 10개 발견되었다. 이 로트의 모부적합품(불량)률의 95% 추정의 정밀도를 구하면?

- ㉠ ± 0.035 ㉡ ± 0.196
 ㉢ ± 0.345 ㉣ ± 0.059

해설

이항분포의 정규분포 근사법 적용가능 여부

$$\text{시료부적합품률 } \hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{10}{100} = 0.1 \text{ 이고,}$$

$$nP = n\hat{p} = 100 \times 0.1 = 10 > 5,$$

$$n(1-P) = 100 \times (1-0.1) = 90 > 5$$

이므로, 이항분포의 정규분포 근사법을 이용한 구간추정이 가능하다.

모부적합품률 P 의 95% 추정정밀도

$$\begin{aligned} &= \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= \pm u_{0.975} \sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{100}} \end{aligned}$$

$$= \pm 1.960 \times \sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{100}} = \pm 0.0588$$

07 A자동차는 신차구입 후 5년 이상 자동차를 보유하는 고객의 비율을 추정하기를 원한다. 신뢰수준 95%에서 오차한계가 ± 0.05 가 되도록 하기 위해서 필요한 최소의 표본크기는? (단, 종래의 비율은 0.5이다.)

- ㉠ 373 ㉡ 380 ㉢ 385 ㉣ 396

해설

$$\beta = \pm d = \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \quad (\text{단, } d: \text{오차한계})$$

$$n \geq \left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{\beta} \right)^2 \hat{p}(1-\hat{p}) = \left(\frac{u_{0.975}}{0.05} \right)^2 0.5(1-0.5)$$

$$= \left(\frac{1.96}{0.05} \right)^2 0.5(1-0.5) = 384.16 \rightarrow 385 \text{ 개}$$

08 B공정의 로트 3,000개 중에서 100개를 랜덤샘플링 하였더니 부적합품이 7개로 나타났다. 신뢰율 95%로 모부적합품률의 양쪽신뢰구간을 계산하면 약 얼마인가?

- ㉠ 0.004~0.136 ㉡ 0.020~0.120
㉢ 0.050~0.095 ㉣ 0.060~0.180

해설

$$\left. \begin{matrix} \hat{P}_U \\ \hat{P}_L \end{matrix} \right\} = \hat{p} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= \hat{p} \pm u_{0.975} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= 0.07 \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{0.07(1-0.07)}{100}} = (0.020, 0.120)$$

여기서, $\hat{p} = r/n = 7/100 = 0.07$

09 A중학교 3학년 2반 학생 60명을 대상으로 안경 쓴 사람을 조사해 보니 12명이었다. 이를 임의의 표본으로 생각할 때 안경을 쓴 사람의 비율은 99%의 신뢰도로 약 얼마인가? (단, $u_{0.995} = 2.576, u_{0.99} = 2.326$ 이다.)

- ㉠ $0.07 \leq P \leq 0.33$ ㉡ $0.10 \leq P \leq 0.30$
㉢ $0.13 \leq P \leq 0.27$ ㉣ $0.40 \leq P \leq 0.36$

해설

$$\left. \begin{matrix} \hat{P}_U \\ \hat{P}_L \end{matrix} \right\} = \hat{p} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= \hat{p} \pm u_{0.995} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= 0.2 \pm 2.576 \times \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{60}} = (0.07, 0.33)$$

여기서, $\hat{p} = \frac{r}{n} = \frac{12}{60} = 0.2$

◆ 모부적합품률차의 검정 및 추정 ◆

10 A, B 기계로 부품을 제조하고 있는 부품 공장에서 두 기계의 성능 차이 여부를 조사하기 위해서 각각 100개씩의 시료를 검사한 결과 부적합품수 $x_A = 10, x_B = 20$ 이었다. 두 기계의 부적합품률의 차를 신뢰율 95(%)로 추정하면? (단, $u_{0.975} = 1.96$)

- ㉠ -0.10 ± 0.0381 ㉡ -0.10 ± 0.0572
㉢ -0.10 ± 0.0734 ㉣ -0.10 ± 0.0980

해설

모부적합률 차에 대한 양쪽신뢰한계 추정

$$\overline{P_A - P_B} = (\hat{p}_A - \hat{p}_B) \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_A(1-\hat{p}_A)}{n_A} + \frac{\hat{p}_B(1-\hat{p}_B)}{n_B}}$$

$$= (0.1 - 0.2) \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.1 \times 0.9}{100} + \frac{0.2 \times 0.8}{100}}$$

$$= -0.10 \pm 0.098$$

여기서,

$$\hat{p}_A = \frac{x_A}{n_A} = \frac{10}{100} = 0.1, \quad \hat{p}_B = \frac{x_B}{n_B} = \frac{20}{100} = 0.2$$

◆ 모부적합수의 검정 및 추정 ◆

11 양측 신뢰구간 추정시 모부적합수(m)에 대한 우측 신뢰구간 추정식으로 옳은 것은? (단, x 는 부적합수이다)

- ㉠ $m = x - u_{1-\alpha} \sqrt{x}$ ㉡ $m = x + u_{1-\alpha} \sqrt{x}$
㉢ $m = x - u_{1-\alpha/2} \sqrt{x}$ ㉣ $m = x + u_{1-\alpha/2} \sqrt{x}$

해설

1개 모부적합수(m)의 양쪽신뢰구간 추정에서 우측 신뢰구간은 $\hat{m}_U = x + u_{1-\alpha/2}\sqrt{x}$ 이다.
여기서, m 의 점추정치 $\hat{m} = x$

12 플라스틱 표면에 특수도장하는 공장에서 핀홀에 의한 부적합(결함)을 알아보기 위해 시료 1매를 조사한 결과 부적합(결점)수가 18개가 나왔다면, 모부적합(결점)수의 신뢰구간은? (단, 신뢰율 95%)

- ㉠ 9.684~26.316 ㉡ 8.202~23.80
㉢ 17.054~28.946 ㉣ 17.538~18.462

해설

1개의 모부적합수의 양쪽신뢰구간 추정은,
 $\alpha = 0.05$, $x = 18$ 이므로

$$\left. \begin{array}{l} \hat{m}_U \\ \hat{m}_L \end{array} \right\} = x \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{x} = 18 \pm u_{0.975}\sqrt{18}$$

$$= 18 \pm 1.96 \times \sqrt{18} = (9.684, 26.316)$$

13 $\bar{c} = 25$ 일 때 모부적합수를 신뢰도 95%로 신뢰구간을 구할 때 신뢰상한은 약 얼마인가?

- ㉠ 8.2 ㉡ 15.6
㉢ 23.8 ㉣ 34.8

해설

모부적합수 m 의 95% 양쪽신뢰한계 추정에서 신뢰상한은

$$\hat{m}_U = \bar{c} + u_{1-\alpha/2}\sqrt{\bar{c}} = 25 + u_{0.975}\sqrt{25}$$

$$= 25 + 1.960 \times 5 = 25 + 9.8 = 34.8$$

14 A회사에서 생산하는 TV표면에는 평균적으로 7군데의 핀홀(pinhole)이 있다. 이 통계량을 활용하여 신뢰수준 95%로 한쪽 추정시 모부적합수의 신뢰상한값은 약 얼마인가?

- ㉠ 7.92 ㉡ 10.20
㉢ 11.35 ㉣ 12.18

해설

$$\textcircled{㉢} \hat{m}_U = x + u_{1-\alpha}\sqrt{x} = 7 + u_{0.95}\sqrt{7}$$

$$= 7 + 1.645 \times \sqrt{7} = 11.35$$

[주의] $u_{1-\alpha/2}$ 가 아닌 $u_{1-\alpha}$ 임.

15 어떤 로트의 모부적합수 $m = 25.3$ 이었다. 작업방법을 변경하였더니 시료부적합수 $c = 19$ 가 나왔다. 모부적합수가 달라졌다고 할 수 있는가? (단, $\alpha = 0.05$ 이다.)

- ㉠ 모부적합수가 달라졌다고 할 수 있다.
㉡ 모부적합수가 달라졌다고 할 수 없다.
㉢ 부적합수와 시료부적합수는 달라졌다고 할 수 있다.
㉣ 모부적합수와 시료부적합수는 다르다.

해설

모부적합수의 양쪽검정

① 가설 설정 :

$$H_0 : m = 25.3(m_0), H_1 : m \neq 25.3(\text{양측검정})$$

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{x - m_0}{\sqrt{m_0}} = \frac{19 - 25.3}{\sqrt{25.3}} = -1.2525$$

④ 기각역 설정 : $|U_0| > u_{1-\alpha/2} = u_{0.975} = 1.96$

이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $|U_0| = 1.2525 < u_{0.975} = 1.96$ 이므로

H_0 를 기각할 수 없다. 따라서, 모부적합수가 달라졌다고 할 수 없다.

16 다음 중 공정에서 발생하는 모부적합수(m)가 과거보다 증가하였는지의 검정에서 가설이 유의하다면 신뢰한계의 추정식으로 옳은 것은?

- ㉠ $m_{\max} = x + u_{1-\alpha}\sqrt{x}$
㉡ $m_{\min} = x - u_{1-\alpha}\sqrt{x}$
㉢ $m_{\max} = x + u_{1-\alpha/2}\sqrt{x}$

해답

12. ㉠ 13. ㉣ 14. ㉢ 15. ㉡ 16. ㉡

$$\textcircled{라} m_{\min} = x - u_{1-\alpha/2} \sqrt{x}$$

해설

※ $H_1: m > m_0$ 가 채택된 경우이므로, 이 경우 신뢰한계는 신뢰하한이 된다.

$$\hat{m}_{\min} (= \hat{m}_L) = x - u_{1-\alpha} \sqrt{x}$$

◆ 모부적합수차의 검정 및 추정 ◆

17 어떤 유리공장에서 생산라인이 A, B 2개가 있다. A공정에서는 10m² 당 기포의 수가 56개였고, B공정에서는 10m² 당 기포의 수가 45개가 있었다. A, B공정의 기포수의 차를 검정하기 위한 검정통계량 u_0 의 값을 구하면?

- ㉠ 1.943 ㉡ 1.895
㉢ 1.778 ㉣ 1.095

해설

※ 2개의 모부적합수차에 대한 양쪽검정

- ① 가설 설정 : $H_0: m_A = m_B, H_1: m_A \neq m_B$
(양쪽검정)
② 유의수준 : $\alpha = 0.05$ (일례로 가정했음)
③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{x_A - x_B}{\sqrt{x_A + x_B}} = \frac{56 - 45}{\sqrt{56 + 45}} = 1.0945$$

[참고] 검정을 위한 통계량은 소문자 u_0 가 아닌 대문자 U_0 를 쓰는 것이 합리적이다.

- ④ 기각역 설정 :

$$|U_0| > u_{1-\alpha/2} = u_{0.975} = 1.960 \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각}$$

18 A, B 두 회사에서 제조되는 냉면 육수에 포함된 대장균의 수를 조사하였더니 A회사에서는 육수 1cc당 30마리, B회사에서는 육수 1cc당 70마리가 검출되었다. B회사에서 제조되는 냉면 육수에 대장균이 더 함

유되었는지에 대한 검정결과로 옳은 것은?

(단, $\alpha = 0.05, u_{0.995} = 2.576, u_{0.99} = 2.326,$

$$u_{0.95} = 1.645, u_{0.975} = 1.960)$$

- ㉠ A, B회사 함유량은 같다.
㉡ A회사 쪽이 더 함유되어 있다.
㉢ B회사 쪽이 더 함유되어 있다.
㉣ 알 수 없다.

해설

※ 2개의 모부적합수의 차에 대한 한쪽검정

- ① 가설 설정 : $H_0: m_A \geq m_B, H_1: m_A < m_B$
(한쪽검정)

- ② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

- ③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 :

$$U_0 = \frac{x_A - x_B}{\sqrt{x_A + x_B}} = \frac{30 - 70}{\sqrt{30 + 70}} = -4.0$$

- ④ 기각역 설정 :

$$U_0 < -u_{1-\alpha} = -u_{0.95} = -1.645 \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각}$$

- ⑤ 판정 : $U_0 = -4.0 < -u_{1-\alpha} = -u_{0.95} = -1.645$

이므로 유의수준 5%로 H_0 를 기각한다.
즉, B회사에서 제조되는 냉면 육수에 대장균이 더 함유되어 있다고 할 수 있다.