



제1장

OR기초 및 BEP분석

【설레 1.01】 의사결정(Decision Making) 이론 모형 / 1-02

【설레 1.02】 확실성 하에서의 의사결정 / 1-05

【설레 1.03】 고전적 최적화 기법 : 라그랑주승수 / 1-05

【설레 1.04】 선호도 행렬 (Preference Matrix) / 1-07

【설레 1.05】 손익분기점분석(BEP Analysis) 제 기법 / 1-08

【설레 1.06】 손익분기점과 소득세의 효과 / 1-14

【설레 1.07】 손익분기점분석 종합 Case / 1-16

【설레 1.08】 손익분기점(비김량) 계산 사례 1 / 1-16

【설레 1.09】 연간 총공헌이익 계산 / 1-17

【설레 1.10】 손익분기점(비김량) 계산 사례 2 / 1-17

【설레 1.11】 현금분기점분석 사례 / 1-18

★ 기출 · 예상 문제 및 착안점 / 1-19

의사결정 기준	제품 A	제품 B	제품 C
1. 수요의 확실성 및 위험	3	9	2
2. 기존 제품과의 유사성	7	8	6
3. 기대 투자수익률	10	4	8
4. 현재 공정 적합성	4	7	6
5. 경쟁우위	4	6	5

해설

* 각각의 기준에 중요도가 동등하다고 보므로, 일례로서 0.2의 가중치를 부여한 후 가중평균 점수를 계산하면 아래 표와 같다.

* 최선의 대안은 총점수가 가장 큰 B가 된다.

제품	계산	총점수
A	$0.2(3)+0.2(7)+0.2(10)+0.2(4)+0.2(4)$	= 5.6
B	$0.2(9)+0.2(8)+0.2(4)+0.2(7)+0.2(6)$	= 6.8
C	$0.2(2)+0.2(6)+0.2(8)+0.2(6)+0.2(5)$	= 5.4

설레 1.05 손익분기점분석(BEP Analysis) 제 기법 [공기3회]**(1) 손익분기점분석의 의의** [공기1회]

- * 손익분기점분석은 원가-조업도-이익 분석(Cost-Volume-Profit 분석 : CVP분석)으로도 불린다. 그 이유는 이의 분석목표가 손익분기점을 결정하기 위한 원가, 조업도, 이익과의 관계를 연구대상으로 하기 때문이다.
- * 손익분기점(Break-even point : BEP)은 총수익과 총비용이 일치하는 조업도(매출수량)상의 점이며, 이 점에서는 이익도 손실도 없게 된다.
- * 미국의 C. E. Knöppel이 창안했다.

(2) 손익분기점분석의 중요성

- * 기업의 투자규모가 커지고, 투자규모의 증대로 고정비가 커졌으며, 그럼에도 과잉대량생산으로 인한 제품의 판매가 부진한 경우, 경영자는 목표이익의 책정, 비용의 제한, 제품의 가격정책 결정 등에 관해 계획, 분석, 통제의 필요성이 대두되며, BEP분석이 필요하다.

(3) 손익분기점 가정

- ① 원가와 수익의 행태는 선형으로 본다. ② 모든 원가는 고정비와 변동비로 분해가능하다.
- ③ 고정비는 일정하다. ④ 변동비는 조업도에 비례한다.
- ⑤ 제품의 판매가격은 일정하다. ⑥ 원가요소의 가격은 일정하다.
- ⑦ 단일제품을 생산한다. ⑧ 생산성과 능률은 일정하다.
- ⑨ 수익과 원가는 조업도(예 : 매출수량, 생산량)기준에 따라 비교된다.

(4) 고정비와 변동비의 분해

- * 손익분기점을 구하기 위해서는 비용을 고정비와 변동비로 구분 작업이 선행되어야 한다.
- * 이 고정비와 변동비는 손익분기점 산출공식에 필요하다.

(가) 비례율법

- * 비례율을 산정하여 고정비와 변동비로 분해하는 방법이다.

$$\text{변동비비례율} = \frac{\text{비용증가 또는 감소}}{\text{매출액 증가 또는 감소}}$$

$$\text{변동비} = \text{매출액} \times \text{변동비비례율}, \text{고정비} = \text{총원가} - \text{변동비}$$

(나) 산포도표법

- * 과거 일정기간 매출액, 총비용의 자료수집후 산포도를 그려서 그 중앙을 통과하는 평균치를 구하는 것. 즉, 매출액과 총비용간의 상관관계를 표시하는 산포도표를 통해 고정비와 변동비를 분해하는 방법이다.

(다) 최소자승법

- * 통계적 기법인 최소자승법 원리를 이용해 고정비와 변동비를 분해하는 방법이다.

(라) 개별법

- * 각 비용요소를 개별적 검토하여 그 성질에 고정비와 변동비로 분류하는 방법이다.

(마) 준평균법

- * 준변동비(고정비 · 변동비 요소 모두 포함)를 기준하여 고정비와 변동비로 분리하는 방법이다.

(5) 손익분기점의 산출방법 [공기16회]**(가) 등식법**

- * 매출액(S)-[변동비(V)+ 고정비(F)]=순이익
- * 이제 X를 BEP매출액(손익분기점에서의 매출액)이라고 할 때, 이때의 “순이익=0”이므로 손익분기점에서의 변동비는 $V \cdot (X/S)$ 가 된다.

$$X = V \cdot \frac{X}{S} + F + 0 \rightarrow X - \frac{V}{S} \cdot X = F \rightarrow X \left(1 - \frac{V}{S} \right) = F$$

$$\therefore X = \frac{F}{1 - V/S} = \frac{\text{고정비}}{1 - \text{변동비/매출액}} \left(= \frac{\text{고정비}}{1 - \text{변동비율}} = \frac{\text{고정비}}{\text{한계이익률}} = \frac{\text{고정비}}{P/V\text{비율}} \right)$$

(나) 공헌이익법(Contribution Margin Method) [공기2회]

- * 공헌이익법 또는 한계이익법이라고도 한다.

$$\text{공헌이익(CM)} = \text{매출액}(S) - \text{변동비}(V)$$

$$\text{단위당 공헌이익(UCM)} = \text{단위당 판매가격}(P) - \text{단위당변동비}(v)$$

- * BEP매출수량(손익분기점에서의 매출수량)을 X' 라 하면

$$X' = \frac{F}{p - v} = \frac{\text{고정비}}{\text{단위당 판매가격} - \text{단위당 변동비}} = \frac{\text{고정비}}{\text{단위당 공헌이익}}$$

(다) 등식법 및 공헌이익법의 응용식

* 등식법과 공헌이익법에 의하여 도출된 식을 이용하여 아래와 같은 각종의 응용식을 도출할 수 있다.

① 일정한 매출액(S') 또는 일정한 판매수량(M)을 올렸을 때 손익(X)

$$\text{손익 } X = S' \left(1 - \frac{V}{S} \right) - F \quad \text{또는} \quad \text{손익 } X = (p - v)M - F$$

② 일정한 이익(g)을 올리는데 필요한 손익분기점(X)

$$\text{BEP매출액 } X = \frac{F + g}{1 - V/S}, \quad \text{BEP매출수량 } X = \frac{F + g}{p - v}$$

③ 판매가격이 r_1 을 만큼 변화시 손익분기점(X)

$$\text{BEP매출액 } X = \frac{F}{1 - \frac{V}{S(1 \pm r_1)}}, \quad \text{BEP매출수량 } X = \frac{F}{p(1 \pm r_1) - v}$$

④ 변동비가 r_2 을 만큼 변화시 손익분기점(X)

$$\text{BEP매출액 } X = \frac{F}{1 - \frac{V(1 \pm r_2)}{S}}, \quad \text{BEP매출수량 } X = \frac{F}{p - v(1 \pm r_2)}$$

⑤ 고정비가 a 액 만큼 변화시 손익분기점(X)

$$\text{BEP매출액 } X = \frac{F \pm a}{1 - V/S}, \quad \text{BEP매출수량 } X = \frac{F \pm a}{p - v}$$

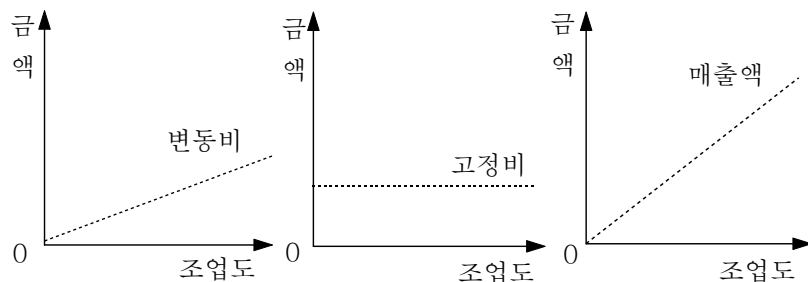
* 만약 고정비가 a 을 만큼 변화시 $\rightarrow$ 분자가 $F(1 \pm \alpha)$ 가 된다.

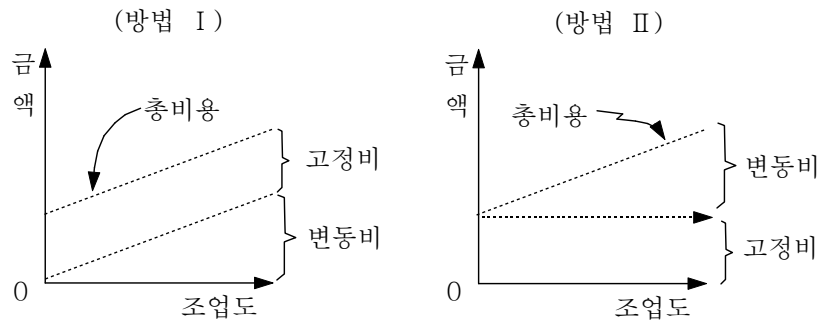
⑥ 판매가격이 r_1 을, 변동비가 r_2 을, 고정비가 a 액만큼 변화시 손익분기점(X)

$$\text{BEP매출액 } X = \frac{F \pm a}{1 - \frac{V(1 \pm r_2)}{S(1 \pm r_1)}}, \quad \text{BEP매출수량 } X = \frac{F \pm a}{p(1 \pm r_1) - v(1 \pm r_2)}$$

* 만약 고정비가 a 을 만큼 변화시 $\rightarrow$ 분자가 $F(1 \pm \alpha)$ 가 된다.

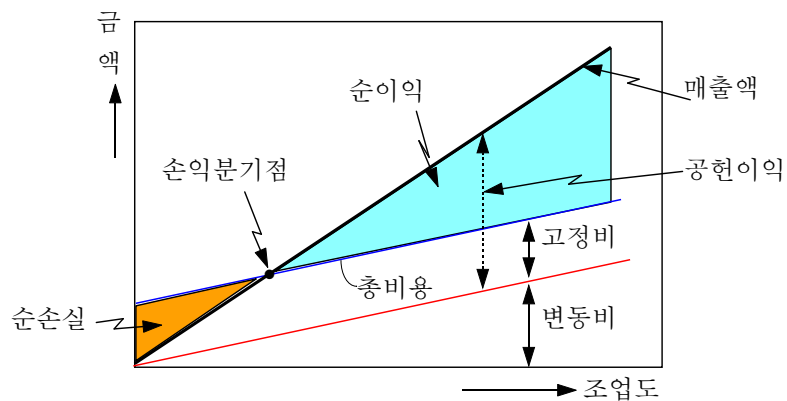
(라) 도표법





* 공헌이익 개념을 강조하는 방법 I 이 많이 사용된다. (공헌이익=매출액-변동비)

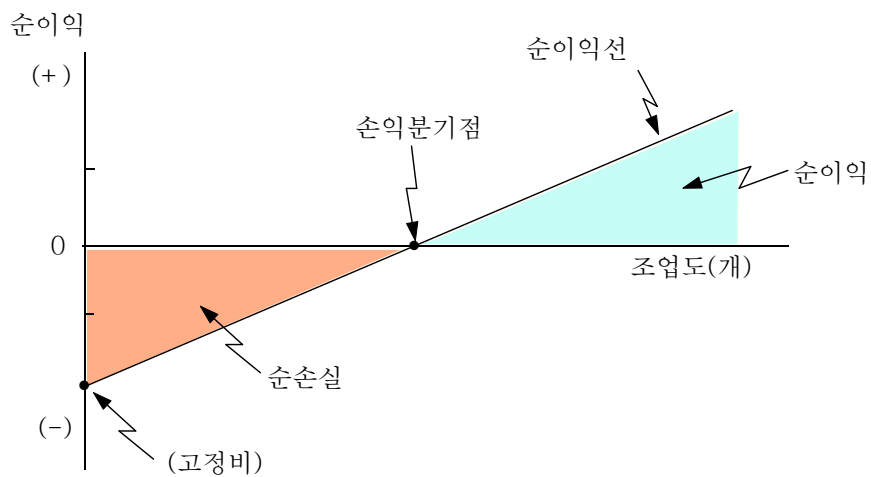
[도표 1.1] 순익분기도표



(6) 이익·조업도(P/V) 도표

* 위의 순익분기도표는 이익·조업도(P/V)도표로 바꾸어 그릴 수 있다.

[도표 1.2] P/V 도표 (이익·조업도 도표)



* 이것은 조업도의 변화가 순이익에 미치는 영향을 중점화하고 있다.

* 종축은 순이익금액, 횡축은 조업도(수량 또는 금액)을 표시한다.

* 조업도가 0인 점의 순손실은 고정비와 같다.

- * 순이익선은 조업도가 0인 점을 기점으로 단위당 공헌이익을 기울기로 하여 위쪽 음영(청색) 부분이다. 이 선과 조업도선의 교차점이 손익분기점이다.
- * P/V 도표는 가격, 변동비, 고정비 등에 관한 여러 대안이 조업도가 변동함에 따라 순이익에 어떤 영향을 주는지를 빨리 비교할 수 있게 해 준다.
- * P/V비율(한계이익률)은 다음 식으로 구해진다.

$$P/V\text{비율} = \frac{CM}{S} = \frac{S-V}{S} = 1 - \frac{V}{S} \quad (\times 100\%)$$

(7) BEP비율(손익분기점비율)과 M/S비율(안전율)

- * BEP비율(손익분기점비율)

$$= (BEP\text{매출액}/S) \times 100\% = (\text{손익분기점에서의 매출액}/\text{실제매출액}) \times 100\%$$
- * M/S비율(안전율) $= \left(1 - \frac{BEP}{S}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{\text{손익분기점매출액}}{\text{실제매출액}}\right) \times 100\%$
- * BEP비율(손익분기점비율) $= 100\% - M/S\text{비율}$
- * M/S비율 $= 100\% - BEP\text{비율}$
- * 손익분기점이 원칙적으로 실제매출액보다 낮아야 기업은 이익을 얻게 된다.
- * 손익분기점이 낮아질수록 수익률은 높아지며, M/S(margin of safety)비율도 높아진다.

(8) 손익분기점 분석의 관련 문제

(가) 영업레버리지

- * 생산활동에는 고정비가 필요하므로 영업레버리지가 나타나며, 생산량(매출량)이 증가할 때는 이익증가율이 생산량증가율보다 커야 기업의 생산활동이 정상화되는데, 이를 영업레버리지라 한다. 판단방법은 영업레버리지가 1보다 클 때 기업 생산활동이 정상화되는 것이다.

$$\text{영업레버리지도} = \frac{\text{영업이익 증가율}}{\text{생산량(매출량) 증가율}}$$

(나) 현금분기점분석

- * 기업의 현금상태 분석에 이용되며, 기업의 현금발생능력 측정에 정보를 제공한다.
- * 현금분기점은 기업활동으로 인한 순현금 발생이 0인 점의 생산량 또는 매출액.

$$\text{현금분기점} = \frac{\text{고정비} - \text{감가상각비}}{\text{단위당 판매가} - \text{단위당 변동비}} = \frac{F - \text{감가상각비}}{p - v}$$

- * 손익분기점과 현금분기점이 일치하지 않는 이유
 - ① 판매와 동시에 현금이 회수된다 하더라도 손익분기점과 현금분기점이 일치하지 않는 이유는 고정비 문제 때문이다.
 - ② 고정비 중 감가상각비는 손익분기점에서는 비용으로 계상되나, 이는 현금 유출되는 비용이 아니므로 그 부분은 사내에 현금으로 남아 있기 때문이다.

(9) 손익분기점분석의 한계

- ① 비용을 고정비와 변동비로 구분해야 하나 준고정비, 체증비, 체감비 등이 있을 수 있고, 변동비도 각각 그 변동비율이 다르다.
- ② 고정비가 변동할 수도, 변동비가 고정화 할 수도 있다(실제상).
- ③ 일정한 조업도 또는 최대조업도 내에서만 유효하며, 일정한 조업 한도를 벗어나면 손익분기점은 전혀 달라진다.
- ④ 물가 또는 비용의 단가가 항상 유동적이며, 매출단가도 변동한다.
- ⑤ 다품종제품 생산기업에서는 제품별 매출구성 비율이 항상 변동한다.

(10) 손익분기점분석의 활용분야

- ① 기업의 최저 및 적정 조업도 결정
- ② 목표이익 달성하기 위한 조업도 및 그 때의 비용의 허용한도
- ③ 일정조업을 했을 때의 예상되는 수익과 비용
- ④ 제품의 가격변동이 손익에 미치는 영향
- ⑤ 고정비 또는 변동비가 변동시의 기업이익의 변동
- ⑥ 가격정책의 자료 ⑦ 제품정책의 자료 ⑧ 설비투자가 기업이익에 미치는 영향

예제 01 제조-구매 의사결정의 손익분기점 분석 사례

- * 햄버거를 판매하는 패스트푸드 레스토랑의 경영자가 메뉴에 샐러드를 추가하려고 한다. 두 가지 대안이 있는데 어느 경우에도 고객에 대한 가격은 같다.
- * 제조대안은 야채, 과일, 토핑 등을 갖춘 샐러드 바를 설치하여 고객이 샐러드를 만들게 하는 것이다. 샐러드 바는 리스(임차)될 것이며 시간제 종업원을 고용하여야 한다. 경영자들은 고정비용이 12,000달러이며, 변동비용은 샐러드당 총 1.50달러가 될 것으로 예측하고 있다.
- * 구매대안은 미리 만들어진 판매용 샐러드를 구매하는 것이다. 이는 샐러드당 2.00달러를 지불하며 지역 공급업체로부터 살 수 있다. 미리 만들어진 샐러드를 이용하기 위해서는 냉장고를 새로 구입하여 설치하고 운영하여야 하는데 고정비용은 2,400달러이다.
- * 경영자는 연간 25,000단위의 샐러드를 판매할 수 있을 것이다. 손익분기점은 얼마인가?

해설

- * 제조-구매 비김량(손익분기점)을 구하기 위한 방법은 19,200단위로 계산된다.

$$F_b + c_b Q = F_m + c_m Q \rightarrow \text{비김량 } Q = \frac{F_m - F_b}{c_b - c_m} = \frac{12,000 - 2,400}{2.0 - 1.5} = 19,200$$

[참고] 이 문제의 경우는 손익분기점 산출의 특수한 형태가 되는 사례이다.

- * 샐러드의 판매예측치가 25,000으로서 손익분기점을 상회하므로 제조대안이 선호된다.
- * 이 레스토랑에서 19,200단위보다 적은 양의 샐러드를 판매하리라고 예측할 때에만 구매대안이 최선이 될 것이다.

설레 1.06 손익분기점과 소득세의 효과

- * 어느 사람이 박람회장 장난감 로켓을 판매할 계획을 가지고 있다. 그는 이 로켓을 개당 500원에 구입할 수 있으며, 팔지 못한 로켓의 반품도 가능하다고 한다.
- * 매점 임대료는 200,000원이며 선불조건이다. 로켓의 판매가격은 개당 900원이다.
- (1) 몇 개의 로켓을 팔아야 손익분기점이 되는가(소득세는 고려치 말 것).
- ① 이를 등식법으로 풀어라. ② 이를 공헌이익법으로 풀어라.
- ③ 이를 손익분기도표로 그려보라. ④ 이를 P/V도표로 그려 보라.
- (2) 매출액의 20% 상당의 순이익을 얻기 위해서는 몇 개의 로켓을 팔아야 하는가?
(소득세는 고려치 말 것)
- (3) 세금 공제후 이익을 164,000원 획득하고자 한다. 세율은 30%이다.
몇 개의 로켓을 팔아야 하는가? (각 문제는 상호독립적이다.)

해설

(1) 손익분기점

① 등식법

* 매출액=변동비+ 고정비+ 순이익

* X 를 손익분기점매출수량이라고 하면 $900X = 500X + 200,000 + 0$

→ $X = 500$ 개(또는 단위당 900원으로 총매출액 450,000원)

② 공헌이익법

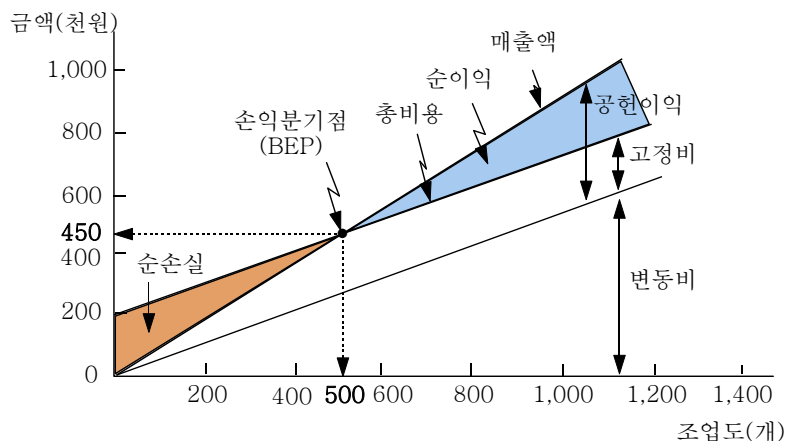
㉠ 고정비와 목표이익을 보상하기 위한

단위당 공헌이익=단위당 판매가-단위당 변동비=900-500=400원

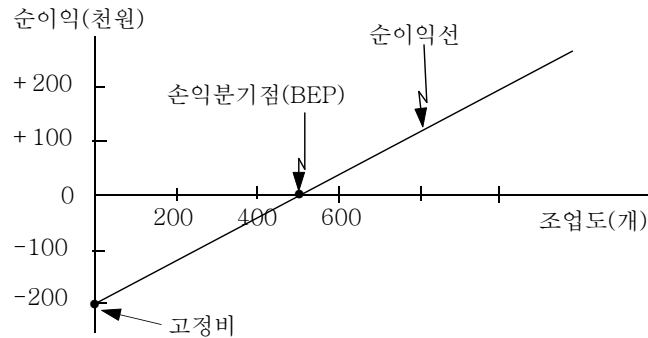
㉡ 공헌이익법에 의한 손익분기점 매출수량

$$= \frac{\text{고정비} + \text{목표이익}}{\text{단위당 공헌이익}} = \frac{200,000 + 0}{400} = 500 \text{ 개}$$

③ 손익분기도표



④ P/V선도



(2) X 를 목표이익을 얻는데 필요한 매출수량이라고 할 때

매출액 = 변동비 + 고정비 + 목표이익

$$900X = 500X + 200,000 + 0.2(900X) \rightarrow X = 909 \text{ 개}$$

$$(3) 900X = 500X + 200,000 + \frac{\text{세금공제후 목표순이익}}{1 - \text{세율}}$$

$$900X = 500X + 200,000 + \frac{164,000}{1 - 0.3} \rightarrow X = 1,085.7 \rightarrow X = 1,086 \text{ 개}$$

설레 1.07 순익분기점분석 종합 Case [공기2회]

* 어느 회사의 순익계산서가 다음과 같다(단위 : 만원).

매출액(S) 1,200

총비용 1,000 (고정비(FC) : 400, 변동비(VC) : 600)

이익 200

(1) 순익분기점 매출액, (2) 이익을 300만원 올리기 위한 매출액

(3) 매출액을 1,500만원 올렸을 경우의 순익 (4) 판매가격이 10% 증가시 순익분기점

(5) 변동비율이 20% 감소시 순익분기점 (6) 고정비가 100만원 증가시 순익분기점

(7) 순익분기점 비율, (8) M/S비율 (9) P/V비율 (각 문제는 상호독립적이다.)

해설

$$(1) X = \frac{F}{1 - \frac{V}{S}} = \frac{400}{1 - \frac{600}{1,200}} = 800 \text{ 만 원} \quad (2) X = \frac{F + g}{1 - \frac{V}{S}} = \frac{400 + 300}{1 - \frac{600}{1,200}} = 1,400 \text{ 만 원}$$

$$(3) X = S' \left(1 - \frac{V}{S} \right) - F = 1,500 \left(1 - \frac{600}{1,200} \right) - 400 = 350 \text{ 만 원 (이익)}$$

$$(4) X = \frac{F}{1 - \frac{V}{S(1+r)}} = \frac{400}{1 - \frac{600}{1,200(1+0.1)}} = 733 \text{ 만 원}$$

$$(5) X = \frac{F}{1 - \frac{V(1-r)}{S}} = \frac{400}{1 - \frac{600(1-0.2)}{1,200}} = 667 \text{ 만 원} \quad (6) X = \frac{F + a}{1 - \frac{V}{S}} = \frac{400 + 100}{1 - \frac{600}{1,200}} = 1,000 \text{ 만 원}$$

$$(7) \text{ 손익분기점비율} = \frac{\text{손익분기점매출액}}{\text{실제매출액}} \times 100 = \frac{800}{1,200} \times 100 = 66.7\%$$

$$(8) \text{ M/S비율} = 100\% - \text{손익분기점매출액} = 100\% - 66.7\% = 33.3\%$$

$$(9) \text{ P/V비율} = \frac{\text{한계이익}}{\text{매출액}} \times 100 = \frac{S - V}{S} \times 100 = \frac{1,200 - 600}{1,200} \times 100 = 50\%$$

설레 1.08 손익분기점(비김량) 계산 사례 1

- * 한 병원에서 환자당 200달러의 새로운 치료법을 제공하려고 한다. 이 치료법을 도입하기 위해 필요한 연간 고정비용은 10만달러이고, 환자당 변동비용은 100달러이다.
- * 이 서비스의 손익분기점은 얼마인가? 수식과 그래프를 이용해서 답하라.

해설

- ① 손익분기점 공식을 이용하면 BEP매출수량을 Q라 할 때

$$Q = \frac{F}{p - v} = \frac{100,000}{200 - 100} = 1,000\text{명}$$

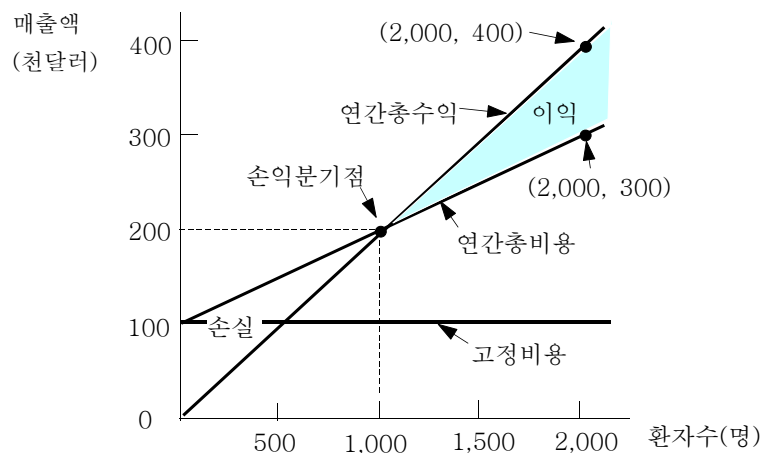
- ② 그래프를 이용하려면 두 개의 직선을 그려야 한다. 하나는 비용이며 하나는 수익이 된다.

- * 먼저 두 가지 상이한 산출수준에 대해 비용과 수익을 계산해 보기로 한다.
- * 아래 표는 $Q = 0$ 일 때와 $Q = 2,000$ 일 때를 보여 주고 있음. 적당한 범위내에서라면 어떤 두 가지 값을 이용하더라도 상관없다.

생산량(환자수) (Q)	총비용 (달러)	총수입 (달러)
0	100,000	0
2,000	300,000	400,000

- * 두 점이 직선을 결정하므로 이제 비용선은 (0, 100,000)과 (2,000, 300,000)의 두 점을 지나게 그린다. 수익선은 (0, 0)과 (2,000, 400,000)의 두 점을 통과한다.
- * [도표 1.3]에서 알 수 있듯이 이들 두 직선은 손익분기점인 1,000환자 점에서 교차한다.

[도표 1.3] 손익분기점 계산 : 도해법



설레 1.09 연간 총공헌이익 계산

- * [설레 1.08]의 판매량 예측치에 대한 감도분석 [도표 1.3]에서 가장 비관적인 판매예측량이 1,500명이라면, 이 치료법의 연간 총공헌이익은 얼마인가?

해설

- * 그래프에서 알 수 있듯이 가장 비관적인 예측치라도 손익분기점보다는 크다.
* 총수입에서 총비용을 뺀 총공헌이익은 다음과 같다.

$$\text{총공헌이익} = \text{총수입} - \text{총비용}$$

$$= PQ - (F + vQ) = 200(1,500) - [100,000 + 100(1,500)] = 50,000 \text{달러}$$

설레 1.10 손익분기점(비김량) 계산 사례 2

- * 소규모 제조업체의 소유주가 접시를 닦고 부엌용 싱크대를 청소하는 새로운 장치를 개발하여 특허를 획득하였다. 이를 상용화하여 제품 라인에 추가하기 전에, 소유주는 성공에 대해 확신을 갖고자 한다.
* 이 장치의 변동비는 단위당 7달러로 예상되며, 고정비는 연간 56,000달러로 추정된다.
① 판매가격을 25달러로 한다면 손익분기점에 다다르기 위해 얼마나 많은 물량을 판매해야 하는가? 대수적 방법과 도해적 방법을 모두 이용하라.
② 첫 해에 가격을 15달러로 한다면 10,000단위를 판매할 수 있는 것으로 예측되었다. 이러한 가격전략에서 첫 해에 이 제품이 이익에 기여하는 양은 얼마인가?

해설

- ① 대수법, 도해법에 의한 손익분기점 매출수량

- * 대수적으로 풀면 BEP매출수량을 Q라 할 때

$$Q = \frac{F}{p - v} = \frac{56,000}{25 - 7} = 3,111 \text{단위}$$

- * 도해법으로 풀기 위해서는 먼저 아래 그림에 나타난 두 개의 직선을 그린다.

$$\text{총수입} = 25Q$$

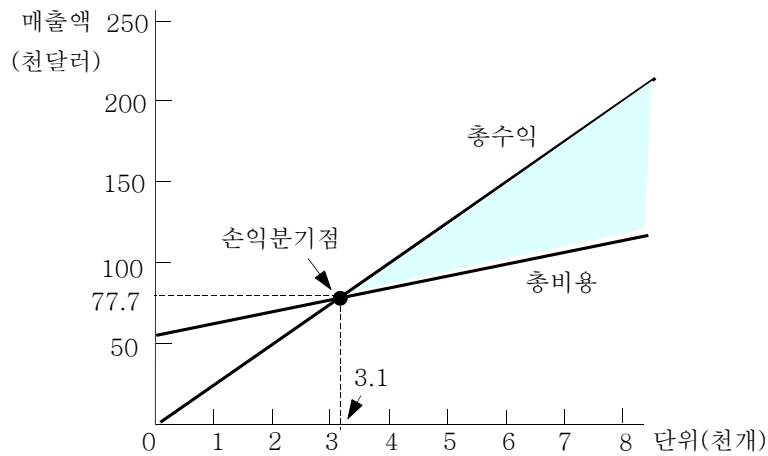
$$\text{총비용} = 56,000 + 7Q$$

- * 등식으로 하여 풀면 $Q = 3,111$ 단위에서 두 직선은 교차하며, 이것이 손익분기점이 된다.

- ② 총이익 = 총수입 - 총비용

$$= pQ - (F + vQ)$$

$$= 15(10,000) - [56,000 + 7(10,000)] = 124,000 \text{달러}$$



설레 1.11 현금분기점분석 사례

* 어느 기업의 고정비(F)는 400만원(감가상각비 100만원, 기타고정비 300만원), 변동비는 제품단위당 1,200만원, 판매단가는 2,000원이다.

- (1) 손익분기점과 현금분기점을 산출하라.
- (2) 손익분기점과 현금분기점의 산출결과를 도시하라.

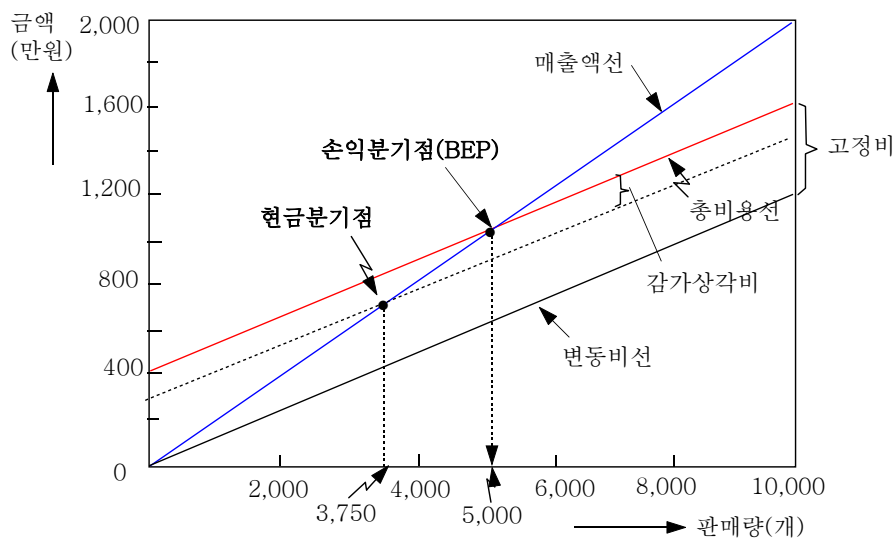
해설

- (1) 손익분기점과 현금분기점

$$\text{손익분기점 매출수량} = \frac{F}{p - v} = \frac{4,000,000}{2,000 - 1,200} = 5,000 \text{ 개}$$

$$\text{현금분기점 매출수량} = \frac{F - \text{감가상각비}}{p - v} = \frac{4,000,000 - 1,000,000}{2,000 - 1,200} = 3,750 \text{ 개}$$

- (2) 손익분기점과 현금분기점의 산출결과 도시



제8장

위험상황하의 OR기법

- 【설레 8.01】 위험한 상황하의 의사결정 / 8-02
- 【설레 8.02】 사전정보를 이용한 의사결정 / 8-03
- 【설레 8.03】 완전정보의 가치 / 8-05
- 【설레 8.04】 효용이론(Theory of Utility) / 8-05
- 【설레 8.05】 위험하의 의사결정 문제풀이 / 8-08
- 【설레 8.06】 표본정보하 의사결정 문제 1(베이지안 정리) / 8-09
- 【설레 8.07】 사전·사후 확률분석의 종합문제 / 8-10
- 【설레 8.08】 표본정보 의사결정 종합(Bayesian정리) / 8-12
- 【설레 8.09】 표본정보 의사결정 문제 2(베이지안 정리) / 8-15
- 【설레 8.10】 의사결정수(Decision Tree) / 8-17
- 【설레 8.11】 의사결정수 - 사후확률을 이용하는 경우 / 8-19
- 【설레 8.12】 의사결정수 추가예제 1 / 8-19
- 【설레 8.13】 의사결정수 추가예제 2 / 8-21
- ★ 기출·예상 문제 및 착안점 / 8-22
- ★ 예상문제 종합 풀이·해설(총 5문제) / 8-24

설레 8.06 표본정보하의 의사결정 문제풀이 1 (베이지안 정리 활용)

* 다음 표에 세 개의 대안과 두 개의 상황이 나타나 있다. 단, $P(s_1)=0.8$, $P(s_2)=0.2$ 이다.

대안 \ 상황	s_1	s_2
d_1	15	10
d_2	10	12
d_3	8	20

- (1) 이 사전확률과 EV기준에 의하여 최적전략을 구하라(표 내 : 이익). (2) EVPI를 구하라.
 (3) 시장조사의 결과 긍정적 상황이 나타날 확률이 $P(I|s_1)=0.2$, $P(I|s_2)=0.75$ 로 알려져 있다. 이때 사후확률 $P(s_1|I)$ 와 $P(s_2|I)$ 를 구하라.

또 이 사후확률에 의해서 최적전략을 구하라,

해설

- (1) 기대가치 $EV(d_1)=0.8(15)+0.2(10)=14$, $EV(d_2)=0.8(10)+0.2(12)=10.4$,

$$EV(d_3)=0.8(8)+0.2(20)=10.4 \rightarrow \text{따라서 } d_1 \text{을 선택한다.}$$

- (2) 완전정보의 기대가치 $EVPI=①-②=16-14=2$

$$\text{여기서, } ① \ 15(0.8)+20(0.2)=16, \ ② \ EV(d_1)=0.8(15)+0.2(10)=14$$

- (3) ① 사후확률 계산

$$\begin{aligned} ① \text{ 호경기일 확률 : } P(s_1|I) &= \frac{P(I|s_1)P(s_1)}{P(I)} = \frac{P(I|s_1)P(s_1)}{P(I|s_1)P(s_1) + P(I|s_2)P(s_2)} \\ &= \frac{0.2(0.8)}{0.2(0.8) + 0.75(0.2)} = \frac{0.16}{0.31} = 0.5161 \end{aligned}$$

단, 상황에서 호경기일 확률은 $P(s_1)=0.8$, 불경기일 확률은 $P(s_2)=0.2$ 라고 가정하였다.

$$\begin{aligned} ② \text{ 불경기일 확률 : } P(s_2|I) &= \frac{P(I|s_2)P(s_2)}{P(I)} = \frac{P(I|s_2)P(s_2)}{P(I|s_1)P(s_1) + P(I|s_2)P(s_2)} \\ &= \frac{0.75(0.2)}{0.2(0.8) + 0.75(0.2)} = \frac{0.15}{0.31} = 0.4839 \end{aligned}$$

- ② 최적전략 선택

$$EV(d_1)=0.5161(15)+0.4839(10)=12.5805$$

$$EV(d_2)=0.5161(10)+0.4839(12)=10.9678$$

$$EV(d_3)=0.5161(8)+0.4839(20)=13.8068 \text{ (최대값)} \rightarrow \text{따라서 } d_3 \text{를 선택한다.}$$

설레 8.07 사전·사후 확률분석의 종합문제 [경지1회] [공기2회]

* 어느 흥행사의 음악회 개최 기대이익표는 다음 [도표 8.1]과 같다

[도표 8.1] 기대이익표

		상황 (괄호안은 사전확률)	
		비가 옴 (1/3)	비가 오지 않음 (2/3)
행동	a_1 : 야외음악당 발림	-40,000	350,000
	a_2 : 시민회관 발림	150,000	150,000

* 그리고 흥행사는 유명 일기예보관에게 15,000원 지급으로 음악회개최 예보를 위촉할 수 있다고 가정한다.

[도표 8.2] 일기예보관의 예측실적

		실제의 날씨	
		비가 옴	비가 오지 않음
일기예보관의 예측	비가 옴	85%	30%
	비가 오지 않음	15%	70%

* 이 흥행사는 이 표본정보(일기예보관의 의견)를 구입해야 할 것인가, 아니면 사전정보만을 이용할 것인가?

(1) EVSI(표본정보의 기대값)를 계산하라.

(여기서, EVSI : Expected Value of Sampling Information)

(2) ENGSI(표본의 기대순이익)를 계산하고, 일기예보관의 예측을 입수할 지의 여부를 의사 결정하라. (여기서, ENGSI : Expected Net Gain of Sampling)

해설

(1) EVSI 계산

① 각각의 표본결과에 대한 **사후확률**을 구하기 위해 확률수정표 작성한다.

[도표 8.3] 확률수정표

예측 구분	(1) 상황	(2) 사전확률	(3) 표본결과와 조건확률	(4) 상황과 표본결과와 결합확률 (2)×(3)	(5) 사후확률 (4)÷(3)의 합계
비 옴 예측	S_1 : 비 옴	0.333	0.85	<u>0.283</u>	0.586
	S_2 : 비 안 옴	<u>0.667</u>	0.30	0.200	<u>0.414</u>
	합계	1.000		0.483	1.000
비 안 옴 예측	S_1 : 비 옴	0.333	0.15	0.050	0.097
	S_2 : 비 안 옴	0.667	<u>0.70</u>	0.467	<u>0.903</u>
	합계	<u>1.000</u>		0.517	1.000

- ② 기대이익 기준과 사후확률을 이용하여 각각의 표본결과에 대하여 최대기대이익을 가져다 주는 행동 결정한다.

$$\begin{aligned} & \text{기대이익}(a_1 \mid \text{비가 올 것이라고 예측}) \\ &= (-40,000)(0.586) + (350,000)(0.414) = 121,460 \text{원} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{기대이익}(a_2 \mid \text{비가 올 것이라고 예측}) \\ &= (150,000)(0.586) + (150,000)(0.414) = 150,000 \text{원} (*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{기대이익}(a_1 \mid \text{비가 오지 않을 것이라고 예측}) \\ &= (-40,000)(0.097) + (350,000)(0.903) = 312,170 \text{원} (*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{기대이익}(a_2 \mid \text{비가 오지 않을 것이라고 예측}) \\ &= (150,000)(0.097) + (150,000)(0.903) = 150,000 \text{원} \end{aligned}$$

* 즉, 비가 올 것으로 예측시는 a_2 , 비가 오지 않을 것으로 예측시는 a_1 을 선택한다.

- ③ 각 표본결과에 대한 한계확률 구한다.

* [도표 8.3]의 제4열의 합계가 된다.

$$P(\text{비가 올 것으로 예측}) = 0.483$$

$$P(\text{비가 오지 않을 것으로 예측}) = 0.517$$

- ④ 표본의 기대이익(EPS) 계산

$$\begin{aligned} \text{EPS} &= \sum_{\text{모든 표본결과}} \left(\begin{array}{c} \text{각 표본결과에} \\ \text{대한 최대이익} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{각 표본결과에의} \\ \text{한계확률} \end{array} \right) \\ &= (150,000)(0.483) + (312,170)(0.517) = 233,842 \text{원} \end{aligned}$$

- ⑤ 표본정보의 기대값(EVSI) 계산

$$\text{EVSI} = \text{EPS} - \text{EPNS} = 233,842 - 220,000 = 13,842 \text{원}$$

여기서, EPNS : 표본을 입수하지 않을 경우의 기대이익

[도표 8.1]의 사전확률을 이용하여,

$$\text{기대이익 } a_1 = (-40,000)(1/3) + (350,000)(2/3) = 220,000 \text{원} (*)$$

$$\text{기대이익 } a_2 = (150,000)(1/3) + (150,000)(2/3) = 150,000 \text{원}$$

따라서, 사전정보에 의하면 행동 a_1 을 선택.

$$\text{표본을 입수하지 않을 경우의 기대이익 EPNS} = 220,000 \text{원}$$

(2) 표본의 기대순이익 ENG S 계산 및 의사결정

$$\text{ENG S} = \text{EVSI} - \text{CS} = 13,842 - 15,000 = -1,158 \text{원}$$

∴ ENG S가 (-)이므로 표본정보에 대한 대가를 지불해서는 안 된다.

여기서, ENG S(Expected Net Gain of Sampling) : 표본의 기대순이익

CS(cost of sampling) : 표본의 입수비용

설레 8.08 표본정보에 의한 의사결정 종합문제(Bayesian정리 활용)**(1) 개요**

- * 일반적으로 완전정보를 얻기란 쉬운 일이 아니므로 기업은 표본정보(sample information)를 입수하기 위하여 원재료에 대한 표본조사, 제품실험, 예비 시장조사 등을 실시한다.
- * [도표 8.4]는 W사가 작성한 성과표로서, 이익(단위 : 억원)을 나타내기 때문에 음수는 손실을 의미한다.

[도표 8.4] W사의 성과표

대안 \ 상황	s_1 (호경기)	s_2 (불경기)
d_1 (오피스빌딩)	60	30
d_2 (토지)	100	-40
d_3 (창고)	40	12

- * W사는 미래의 상황 전개에 관한 표본정보를 얻기 위하여 Z경제연구소를 활용하기로 한다.
- * 연구조사에서 새로운 정보를 얻는다면 그것을 사전확률과 결합함으로써 베이저안 정리(Bayesian theorem)를 적용하여 상황에 대한 갱신된 사후확률을 얻을 수 있다.
- * 이 사후확률에 의해 W사는 사전확률을 가질 때보다 더 좋은 대안결정을 할 수 있다.

(2) 조건확률 파악

- * Z경제연구소는 미래의 경제상황에 대한 보고서를 제출해야 한다. 그 보고서는 미래의 경제상황을 좋게 보는 긍정적 보고서일 수도 있고 좋지 않게 보는 부정적 보고서일 수도 있다.
- * 다음과 같이 정의한다.

I_1 =긍정적 경제보고서, I_2 =부정적 경제보고서

- * 이 두 가지 보고서 가운데 하나가 주어졌을 때 우리의 목표는 이 정보에 의거하여 발생할 상황에 대한 개선된 확률을 추정하려는 것이다.
- * 베이저안 절차의 결과는 $P(s_j|I_1)$ 와 $P(s_j|I_2)$ 의 형태로 표현되며, 이는 경제보고서의 결과에 따라 상황 s_j 가 발생할 조건확률(conditional probability)이 된다.

[도표 8.5] 조건확률

경제보고서 \ 상황	s_1 (호경기)	s_2 (불경기)
I_1 (긍정적)	$P(I_1 s_1)=0.8$	$P(I_1 s_2)=0.1$
I_2 (부정적)	$P(I_2 s_1)=0.2$	$P(I_2 s_2)=0.9$

- * 베이저안 절차를 시행하기 위해서는 각 상황에 대한 표본정보의 조건확률, 즉 $P(I_1|s_1)$, $P(I_1|s_2)$, $P(I_2|s_1)$, $P(I_2|s_2)$ 를 알아야 한다.
- * 대부분의 경우 이러한 조건확률을 알아내기 위하여 과거의 상대빈도 자료나 주관적인 확률 추정을 이용한다.

(3) 사후확률 계산

- * Z경제연구소가 [도표 8.5]와 같은 조건확률의 추정치를 제시하였다고 가정한다.
- * 이제 조건확률이 주어졌기 때문에 사전확률과 함께 베이저안 절차를 통하여 사후확률로 수정될 수 있다.

① 만일 경제보고서가 긍정적(I_1)이라면

$$\text{호경기일 확률 : } P(s_1|I_1) = \frac{P(I_1|s_1)P(s_1)}{P(I_1|s_1)P(s_1) + P(I_1|s_2)P(s_2)} = \frac{0.8(0.6)}{0.8(0.6) + 0.1(0.4)} = 0.9231$$

단, 상황 조건에서 호경기(s_1)일 확률은 0.6, 불경기(s_2)일 확률은 0.4로 가정된다.

$$\text{불경기일 확률 : } P(s_2|I_1) = \frac{P(I_1|s_2)P(s_2)}{P(I_1|s_2)P(s_2) + P(I_1|s_1)P(s_1)} = \frac{0.1(0.4)}{0.1(0.4) + 0.8(0.6)} = 0.0769$$

② 만일 경제보고서가 부정적(I_2)이라면

$$\text{호경기일 확률 : } P(s_1|I_2) = \frac{P(I_2|s_1)P(s_1)}{P(I_2|s_1)P(s_1) + P(I_2|s_2)P(s_2)} = \frac{0.2(0.6)}{0.2(0.6) + 0.9(0.4)} = 0.25$$

$$\text{불경기일 확률 : } P(s_2|I_2) = \frac{P(I_2|s_2)P(s_2)}{P(I_2|s_2)P(s_2) + P(I_2|s_1)P(s_1)} = \frac{0.9(0.4)}{0.9(0.4) + 0.2(0.6)} = 0.75$$

그리고

$$P(I_1) = P(I_1|s_1)P(s_1) + P(I_1|s_2)P(s_2) = 0.8(0.6) + 0.1(0.4) = 0.52$$

$$P(I_2) = P(I_2|s_1)P(s_1) + P(I_2|s_2)P(s_2) = 0.2(0.6) + 0.9(0.4) = 0.48$$

(4) 기대가치 계산 및 의사결정나무 작성

- * 마디 ①에서 ⑨까지의 기대가치를 계산하면 다음과 같다.

㉠ 경제보고서가 긍정적(I_1)일 때

$$EV(④)=60(0.9231) + 30(0.0769)=57.693, \quad EV(⑤)=100(0.9231)-40(0.0769)=89.234$$

$$EV(⑥)=40(0.9231) + 12(0.0769)=37.846$$

㉡ 경제보고서가 부정적(I_2)일 때

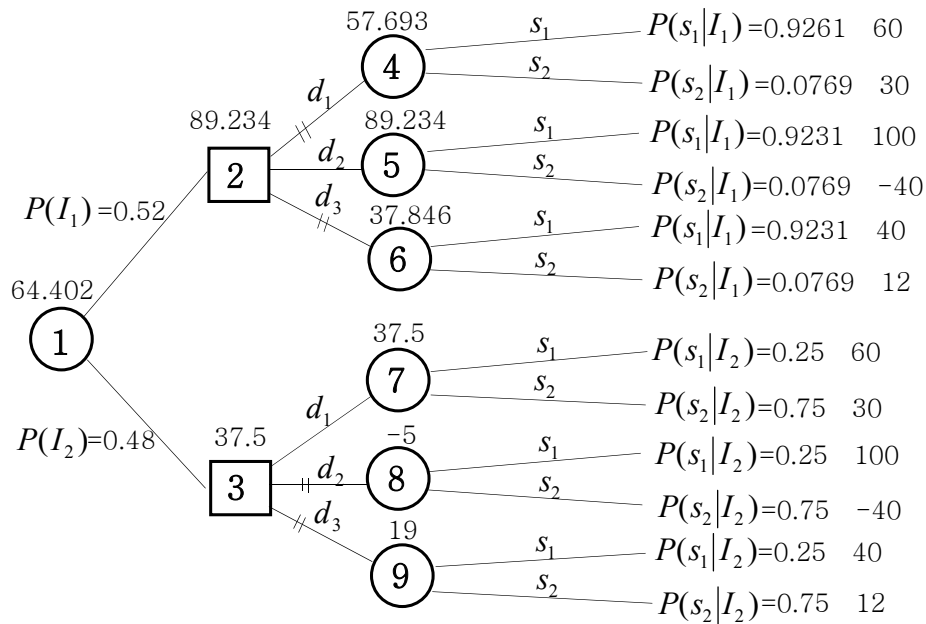
$$EV(⑦)=60(0.25) + 30(0.75)=37.5, \quad EV(⑧)=100(0.25)-40(0.75)=-5$$

$$EV(⑨)=40(0.25) + 12(0.75)=19$$

- * 이들을 의사결정나무에 표시하면 [도표 8.6]과 같다.

- * 이제 기대가치 기준에 따라 마디 ②에서는 대안 d_2 를 선택하고, 마디 ③에서는 대안 d_1 을 선택한다. 이는 마디 ①에서의 기대가치가 $EV(①)=89.234(0.52) + 37.5(0.48)=64.402$.

[도표 8.6] 사후확률과 의사결정나무(decision tree)



(5) 최적전략 선택

* W사는 경제보고서, 즉 표본정보 관련한 의사결정전략을 [도표 8.7]과 같이 가지게 된다.

[도표 8.7] 의사결정 전략

- * 보고서가 긍정적이면 대안 d_2 (토지)를 선택
- * 보고서가 부정적이면 대안 d_1 (오피스빌딩)을 선택

(6) 표본정보의 기대가치와 효율

- ① 표본정보의 효율(E)을 알기 위해서는 **완전정보의 기대가치**(EVPI : expected value of perfect information)를 먼저 알아야 한다.

EVPI = ① **완전정보에 의해 선정되는 대안들의 EV**

- ② **사전확률에 의해 선정되는 최적대안의 EV=72-48=24**

여기서, ① 완전정보에 의해 선정되는 대안들의 EV

$$= s_1(\text{호경기})\text{최대성과} \times s_1 \text{ 확률} + s_2(\text{불경기})\text{최대성과} \times s_2 \text{ 확률} \\ = 100(0.6) + 30(0.4) = 72 \text{ (제시된 사례로 계산)}$$

② 사전확률에 의해 선정되는 최적대안의 EV

$$= s_1(\text{호경기})\text{성과} \times s_1 \text{ 확률} + s_2(\text{불경기})\text{성과} \times s_2 \text{ 확률} \\ = 60(0.6) + 30(0.4) = 48 \text{ (} d_1 \text{ 선택된 경우, 제시된 사례로 계산)}$$

- ② Z경제연구소에 의뢰하여 얻은 **표본정보의 기대가치**(EVSI : expected value of sample information)는

$$\text{EVSI} = \text{표본정보에 의한 최적결정의 EV} - \text{표본정보 없이 행한 최적결정의 EV} \\ = 64.402 - 48 = 16.402 \text{ (64.402는 [도표 8.6] 계산 결과 참조)}$$

[참조] 1) 표본정보에 의한 최적결정의 EV :

EPISI (expected payoff with sample information)라고도 함

2) 표본정보 없이 행한 최적결정의 EV(48)의 근거 : 기대가치 기준하여 계산

$$\textcircled{1} EV(d_1) : 60(0.6) + 30(0.4) = 48, \textcircled{2} EV(d_2) : 100(0.6) + (-40)(0.4) = 44$$

$$\textcircled{3} EV(d_3) : 40(0.6) + 12(0.4) = 28.8 \quad \therefore EV(d_1) = 48 \text{ 선택}$$

* W사가 Z경제연구소에 지불할 수 있는 용역비용은 16.402를 초과할 수 없다.

* W사는 Z경제연구소의 정보만으로 충분한지 아니면 또 다른 정보가 필요한지를 알기 위하여 경제연구소의 정보가 완전정보에 비해 어느 정도의 충분성을 가지는지 알고 싶으면 **표본정보의 효율**(efficiency: E)을 계산해 보아야 한다.

③ 표본정보의 효율은 다음과 같이 정의한다. $E = \frac{EVSI}{EVPI}$

* W사의 문제에서 표본정보의 효율은 다음과 같다. $E = \frac{EVSI}{EVPI} = \frac{16.402}{24} = 0.6834$

* 만일 W사가 효율이 너무 낮다고 판단하면 또 다른 정보를 구할 것이며, 높다고 판단하면 이 표본정보로 만족할 것이다.

설레 8.09 표본정보에 의한 의사결정 문제풀이 2(베이지안 정리 활용)

* 3개 투자안 중 하나를 골라 투자할 때, 경제상황에 따른 투자안 이익은 다음과 같다.

대안	경제상황		
	1	2	3
A	6,000억원	8,000억원	4,000억원
B	-1,000억원	11,000억원	7,000억원
C	5,000억원	5,000억원	5,000억원

* S경제연구소에 의뢰하여 미래의 경제 상황에 대한 표본정보를 얻었다. 이 표본정보는 I_1 =긍정적 보고서, I_2 =부정적 보고서 가운데 하나이다.

* S경제연구소가 제시한 조건확률은 다음과 같다.

경제보고서 \ 상황	s_1	s_2	s_3
I_1 (긍정적)	$P(I_1 s_1) = 0.8$	$P(I_1 s_2) = 0.6$	$P(I_1 s_3) = 0.1$
I_2 (부정적)	$P(I_2 s_1) = 0.2$	$P(I_2 s_2) = 0.4$	$P(I_2 s_3) = 0.9$

(1) 사후확률을 구하고, 이에 의한 최적전략을 선택하라.

(2) 표본정보의 기대가치를 구하라.

(3) 표본정보의 효율을 구하라(가정 : $P(1)=30\%$, $P(2)=50\%$, $P(3)=20\%$).

해설

(1) 사후확률 계산, 최적전략 선택

① 사후확률 계산

㉠ 만일 경제보고서가 긍정적(I_1)이라면

$$P(s_1|I_1) = \frac{P(I_1|s_1)P(s_1)}{P(I_1|s_1)P(s_1) + P(I_1|s_2)P(s_2) + P(I_1|s_3)P(s_3)}$$

$$= \frac{0.8(0.3)}{0.8(0.3) + 0.6(0.5) + 0.1(0.2)} = \frac{0.24}{0.56} = 0.4286 \text{ -}$$

$$P(s_2|I_1) = \frac{0.6(0.5)}{0.56} = 0.5357, \quad P(s_3|I_1) = \frac{0.1(0.2)}{0.56} = 0.0357$$

㉡ 만일 경제보고서가 부정적(I_2)이라면

$$P(s_1|I_2) = \frac{P(I_2|s_1)P(s_1)}{P(I_2|s_1)P(s_1) + P(I_2|s_2)P(s_2) + P(I_2|s_3)P(s_3)} = \frac{0.06}{0.44} = 0.1364$$

$$P(s_2|I_2) = \frac{0.20}{0.44} = 0.4545, \quad P(s_3|I_2) = \frac{0.18}{0.44} = 0.4091$$

이 된다. 그리고

$$P(I_1) = P(I_1|s_1)P(s_1) + P(I_1|s_2)P(s_2) + P(I_1|s_3)P(s_3) = 0.56, \quad P(I_2) = 1 - 0.56 = 0.44$$

② 기대가치 계산

㉠ 경제보고서가 긍정적일 때

$$EV(A) = 6,000(0.4286) + 8,000(0.5357) + 4,000(0.0357) = 7,000$$

$$EV(B) = -1,000(0.4286) + 11,000(0.5357) + 7,000(0.0357) = 5,714$$

$$EV(C) = 5,000(0.4286) + 5,000(0.5357) + 5,000(0.0357) = 5,000$$

㉡ 경제보고서가 부정적일 때

$$EV(A) = 6,000(0.1364) + 8,000(0.4545) + 4,000(0.4091) = 6,090.8$$

$$EV(B) = -1,000(0.1364) + 11,000(0.4545) + 7,000(0.4091) = 7,726.8$$

$$EV(C) = 5,000(0.1364) + 5,000(0.4545) + 5,000(0.0357) = 5,000$$

③ 최적전략 선택

* 경제보고서가 긍정적(I_1)이면 **대안 A**, 부정적(I_2)이면 **대안 B**를 선택

(2) 표본정보의 기대가치

$$EVSI = \text{표본정보에 의한 최적결정의 EV} - \text{표본정보 없이 행한 최적결정의 EV}$$

$$= [7,000(0.56) + 7,726.8(0.44)] - 6,600 = 719.8$$

여기서, 표본정보 없이 행한 최적결정의 EV

대안	EV
A	$6,000(0.3) + 8,000(0.5) + 4,000(0.2) = 6,600$
B	$-1,000(0.3) + 11,000(0.5) + 7,000(0.2) = 6,600$
C	$5,000(0.3) + 5,000(0.5) + 5,000(0.2) = 5,000$

(3) 표본정보의 효율 : $E = EVSI/EVPI = 719.8/2,100 = 0.3428$

제 10 장

마아코브 분석

【설레 10.1】 마아코브분석(기호활용) : 상품교체 / 10-02

【설레 】 10.2 마아코브 분석 : 문제풀이 1 / 10-06

【설레 10.3】 마아코브 분석 : 문제풀이 2 / 10-07

【설레 10.4】 마아코브 분석 : 문제풀이 3 / 10-08

【설레 10.5】 마아코브 분석 : 문제풀이 4 / 10-08

【설레 10.6】 마아코브 분석 : 문제풀이 5 / 10-09

【설레 10.7】 마아코브 분석 : 문제풀이 6 / 10-09

【설레 10.8】 마아코브 분석 : 문제풀이 7 / 10-10

【설레 10.9】 마아코브 분석 : 문제풀이 8 / 10-11

【설레 10.10】 마아코브 분석 : 문제풀이 9 / 10-11

★ 예상문제 종합 풀이·해설(총 3문제) / 10-12

설레 10.4 마아코브 분석 : 문제풀이 3

* M사의 경영층은 고객이 자사의 약수사이다를 사거나 혹은 경쟁사의 샘플사이다를 살 확률은 고객의 최근 구매에 달려 있다고 믿고 있다.

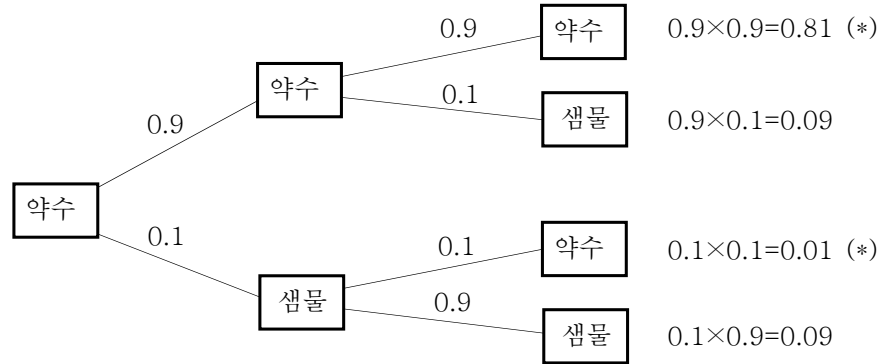
	약수사이다	샘물사이다
약수사이다	0.9	0.1
샘물사이다	0.1	0.9

- (1) 최근에 약수사이다를 구매한 고객의 구매행태가 두 번째 구매까지 전이하는 과정을 나타내는 나무그림(tree diagram)을 그려라. 이 고객이 두 번째 구매에서 약수사이다를 구매할 확률은 얼마인가?
- (2) 각 사이다의 장기적인 시장점유율은 얼마인가?

해설

- (1) 나무그림 작성, 두 번째 구매에서 약수사이다를 구매할 확률

① 나무그림 작성



② 조건부 확률 표현

첫 번째	두 번째	결합확률
$P(\text{약수} \text{약수}) = 0.9$	$P(\text{약수} \text{약수}) = 0.9 \rightarrow 0.81$ $P(\text{샘물} \text{약수}) = 0.1 \rightarrow 0.09$	0.81 (*) 0.09
$P(\text{샘물} \text{약수}) = 0.1$	$P(\text{약수} \text{샘물}) = 0.1 \rightarrow 0.01$ $P(\text{샘물} \text{샘물}) = 0.9 \rightarrow 0.09$	0.01 (*) 0.09

③ 두 번째 구매에서 약수사이다를 구매할 확률은 $0.81 + 0.01 = 0.82$

- (2) $\pi_1 = \pi_2 = 0.5$

설레 10.5 마아코브 분석 : 문제풀이 4

* C시에서 인구이동에 대한 조사를 해 보니 매년 6%의 시내거주자가 교외로 옮기고 있으며, 동시에 교외거주자의 3%가 시내로 옮기고 있다. 이 이동비율은 변치 않으며 그 C시의 총거주자가 500,000명으로 변치 않는다고 가정한다. C시에서 시내거주자에게 걷는 연간 평균세금은 1인당 20만원이다.

* 만일 현재 전체 인구의 40%가 교외에 거주하고 있다면 지금부터 2년 뒤에 C시에서는 시내거주자에 총 얼마의 세금을 걷겠는가?

해설

- ① 현재 인구분포 : $\begin{cases} \text{ 시내 거주자} = 500,000 \times 0.60 = 300,000 \text{명} \\ \text{ 교외 거주자} = 500,000 \times 0.40 = 200,000 \text{명} \end{cases}$
- ② 2년 후의 인구분포 : $[300,000 \ 200,000] \begin{bmatrix} 0.94 & 0.06 \\ 0.03 & 0.97 \end{bmatrix}^2 = [277,080 \ 222,920]$
- ③ 시내거주자는 277,080명, 평균 세금은 1인당 20만원, 총세금은 5,541,600만원

설레 10.6 마아코브 분석 : 문제풀이 5

* 대학생 박 군은 다음과 같이 공부하는 습관을 가지고 있다. 만일 어느 날 저녁 공부하면 다음 날 저녁 공부하지 않을 확률은 70%이다. 한편 어느 날 저녁 공부하지 않으면 다음 날 저녁에도 공부하지 않을 확률은 60%이다.

- (1) 이 시스템의 상태는 무엇인가?
- (2) 이 시스템은 마아코브 과정인가 또는 마아코브 체인인가?
- (3) 장기적으로 볼 때 그는 얼마나 가끔 공부하는가?

해설

- (1) 공부한다. 공부 않는다. (2) 마아코브 체인

[참조] 마아코브 체인이란 전이확률이 시간경과후에도 일정한 경우의 마아코브 과정.

- (3) 장기적으로 볼 때 공부할 확률은 $\frac{4}{11}$

	공부한다	공부 않는다
공부한다	0.3	0.7
공부 않는다	0.4	0.6

$$\begin{cases} \pi_1 = 0.3\pi_1 + 0.4\pi_2 \\ \pi_2 = 0.7\pi_1 + 0.6\pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \text{연립방정식을 풀면 } \pi_1 = \frac{4}{11}, \pi_2 = \frac{7}{11}$$

설레 10.7 마아코브 분석 : 문제풀이 6

* 울릉도의 날씨는 전날의 날씨가 어떠하였느냐에 따라 결정된다고 한다.

* 날씨는 맑음과 흐림으로 분류되는데 만일 어느 날 날씨가 맑으면 다음 날 맑을 확률은 90%이고, 어느 날 날씨가 흐리면 다음 날에도 흐릴 확률은 20%라고 한다.

- (1) 전이확률표를 작성하라. (2) 일년 중 맑은 날씨는 며칠일까?
- (3) 오늘 날씨가 흐릴 경우 내일, 모레 이틀 동안 계속 흐릴 확률은 얼마인가?
- (4) 오늘 날씨가 흐릴 경우 내일, 모레 이틀 가운데 꼭 하루는 흐릴 확률은 얼마인가?

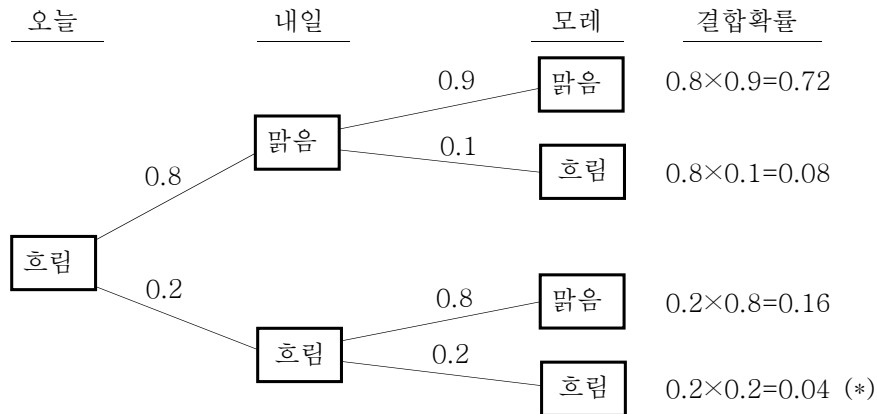
해설

(1) 전이확률표

		내일	
		맑음	흐림
오늘	맑음	0.9	0.1
	흐림	0.8	0.2

$$(2) \begin{cases} \pi_1 = 0.9\pi_1 + 0.8\pi_2 \\ \pi_2 = 0.1\pi_1 + 0.2\pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \text{연립방정식을 풀면 } \pi_1 = \frac{8}{9}, \pi_2 = \frac{1}{9} \rightarrow 365 \times \frac{8}{9} = 324 \text{ 일}$$

(3) $P=0.04$



$$(4) P=0.8 \times 0.1 + 0.2 \times 0.8 = 0.08 + 0.16 = 0.24$$

설레 10.8 마야코브 분석 : 문제풀이 7

* 어떤 도시의 날씨는 크게 변하지는 않으며 예측 가능하다고 한다. 그 도시의 일기통보관 L씨는 다음의 자료를 수집하였다.

- ① 5월의 날씨는 “덥고 비가 올, 온화하고 건조함, 덥고 건조함” 세 가지로 분류된다.
- ② 만일 오늘 덥고 비가 오면 내일도 덥고 비가 올 확률은 0.7이며, 온화하고 건조할 확률은 0.3이다. 만일 오늘 온화하고 건조하면 내일 덥고 비가 올 확률은 0.8이며, 온화하고 건조할 확률은 0.2이다. 만일 오늘 덥고 건조하면 내일 덥고 건조할 확률은 0.8이며, 온화하고 건조할 확률은 0.2이다.

(1) 일기 변화에 대한 전이확률표를 작성하라.

(2) L씨가 보니 오늘의 날씨는 덥고 비가 오고 있었다. 그러면 모레의 날씨가 피크닉 하기에 좋은 날씨일 확률, 즉 비가 오지 않을 확률은 얼마일까?

해설

(1) 전이확률표

	덥고 비옴	온화 건조	덥고 건조
덥고 비옴	0.7	0.3	0
온화 건조	0.8	0.2	0
덥고 건조	0	0.2	0.8

$$(2) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0.73 & 0.27 & 0 \end{bmatrix}$$

→ ∴ 비가 오지 않을 확률은 $0.27 + 0 = 0.27$ (27%)

설레 10.9 마야코브 분석 : 문제풀이 8

- * Z사에서는 컴퓨터를 임차하려고 하는데 두 대가 제안되었고 그 중 한 대를 선택하려 한다.
- * 컴퓨터의 상태는 '작동'일 때와 '고장'일 때로 분류된다. 이에 대한 메시간의 전이확률은 각각 다음과 같다. 이때 임차료와 유지료가 동일하다면 어떤 컴퓨터를 임차해야 하겠는가?

A컴퓨터			B컴퓨터		
	작동	고장		작동	고장
작동	0.95	0.05	작동	0.98	0.02
고장	0.90	0.10	고장	0.85	0.15

해설

$$\textcircled{1} \text{ A컴퓨터의 안정상태 확률 } \begin{cases} \pi_1 = 0.95\pi_1 + 0.90\pi_2 \\ \pi_2 = 0.05\pi_1 + 0.10\pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \pi_1 = 0.947, \pi_2 = 0.053$$

$$\textcircled{2} \text{ B컴퓨터의 안정상태 확률 } \begin{cases} \pi_1 = 0.98\pi_1 + 0.85\pi_2 \\ \pi_2 = 0.02\pi_1 + 0.15\pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \pi_1 = 0.977, \pi_2 = 0.023$$

③ B컴퓨터의 π_1 (작동확률)이 더 크므로 B컴퓨터를 임차

설레 10.10 마야코브 분석 : 문제풀이 9

- * G사는 1개월 단위 청구서 발행주기를 사용하는데 그의 외상매출금에 관한 전이확률표를 월 말에 다음과 같이 구분한다.

- ① 상태 1 : 완불 ② 상태 2 : 대손 ③ 상태 3 : 만기 1개월 미만
④ 상태 4 : 만기 1~2개월 미만

으로 에서	완불	대손	③	④
완불	1	0	0	0
대손	0	1	0	0
③	0.8	0	0	0.2
④	0.6	0.4	0	0

- (1) 월 1의 각 시작상태에서 외상매출금이 결국 완불되거나 대손으로 분류될 확률을 구하라.
(2) 회사는 상태 3(5,000만원), 상태 4(3,000만원)의 외상매출금을 갖고 있다. 이 중 결국에 받지 못할 대손은 얼마일까?

해설

$$(1) P = \begin{bmatrix} 0.92 & 0.08 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

[참조] ④가 완불 0.6, 대손 0.4 비율로 결정되므로, ③의 경우도 0.2 확률에 대해서 완불 ($0.2 \times 0.6 = 0.12$), 대손($0.2 \times 0.4 = 0.08$)으로 분리시킨 후 완불($0.8 + 0.12 = 0.92$), 대손 ($0 + 0.08 = 0.08$)로 결정한다.

$$(2) \begin{bmatrix} 5,000 & 3,000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.92 & 0.08 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,400 & 1,600 \end{bmatrix} \rightarrow \text{대손} = 1,600 \text{만원}$$

[참고] 한국산업인력공단 시행 시험인 경영과학의 제10장 관련 2013년도부터의 기출문제에 대한 해설은 제13장부터 최근 기출문제로서 별도로 정리·해설된다.

★ 예상문제 종합 풀이·해설 ★
예제 10.1 마아코브 연쇄 모형 기본개념 [정지1회]
(1) 의의

- * 마아코브 연쇄(Markov chain)는 A. A. Markov에 의해 개발된 모형으로서, 어떤 변수들이 가지고 있는 과거의 동적특성을 분석함으로써 그 변수들의 미래에 있을 변화를 연속적으로 예측하기 위한 수학적 기법이다.
- * 마아코브 연쇄는 소비자들이 어떤 특정 상표를 선호하다가 다른 상표로 이동하는 소비자들의 행태를 분석하고 예측하기 위한 마케팅조사 도구로 많이 활용된다.

(2) 마아코브 연쇄 모형의 적용분야

- * 이 기법은 마케팅 분야에만 한정되어 사용되지는 않고, 그 용도가 점차 다양화되어 가고 있다. 즉, 재고관리, 설비대체, 대기행렬 등의 분야에도 이용된다.

(3) 마아코브 연쇄 모형의 분석과정**(가) 변환확률행렬의 작성**

- * 마아코브 연쇄의 분석과정을 쉽게 이해하기 위하여 예를 들어 설명하기로 한다.

이제 어떤 지역의 특정상표의 식품에 대한 소비자들의 상표충성도를 조사하기 위하여 마케팅조사자는 1,000명의 소비자를 표본으로 추출하였다. 그리고 이들 소비자표본은 모집단을 대표하는 것으로 가정한다.

- * 그런데 식품은 A, B 두 회사에서 만들고 있다. 마케팅조사자는 조사결과 소비자들은 상표별 광고나 판매촉진, 가격, 불만 등에 의하여 흔히 상표를 교체하고 있음을 알았다. 따라서 마케팅조사자는 만일 소비자들의 상표충성도가 변화한다면 앞으로 각 상표별 시장 점유율이 어떻게 변화할 것인가를 예측하기로 하였다. [도표 10.3]은 한 달 동안의 상표 변화를 나타내고 있다.