출제예상 추가자료

제1부
품질관리 · 품질경영

제1장 규격 및 공차

제2장 품질혁신활동 및 기타

제 1 장

규격 및 공차

1. 규격 / 1-02

2. 공차 / 1-04

1. 규 격

1.1 규격의 의의

* 규격(standard)은 KS Q ISO 3534(품질관리 용어)에 정의된 바에 의하면 “표준 중 주로 물건에 직접 또는 간접으로 관계되는 기술적 사항에 관하여 규정된 기준”으로 되어 있음.
  따라서 넓은 의미에서의 규격의 대상으로는 ① 자재와 최종제품, ② 공정, ③ 시험방법, ④ 검사방법, ⑤ 제품의 사용방법 등이 모두 포함됨.
  이렇게 넓은 의미로 해석되는 규격을 시방서(specification)라고 부르기도 함.

* 본 장에서는 좁은 의미의 규격에 해당하는 제품의 치수에 한정된 기술적인 규격에 한정하여 알아보기로 함.

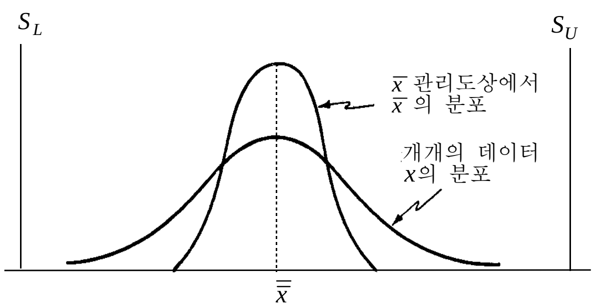
* 좁은 의미로 본 규격의 기본형은 다음과 같이 3가지 형태가 있음.
  ① 개개의 제품의 적용한계를 규정하는 경우
  ② 제품 전체의 요구치를 규정하는 경우
  ③ 어떤 허용요구를 규정하는 경우

1.2 규격과의 대조에 의한 제조공정관리 품기 2012 등 총4회

* 통계적품질관리(SQC) 항에서 살펴 본 관리도는 제조공정관리의 주요 도구로 쓰고 있는데, 관리도는 추가로 규격과의 대비를 하여 관리함으로써 보다 안정적인 품질관리를 할 수 있음.

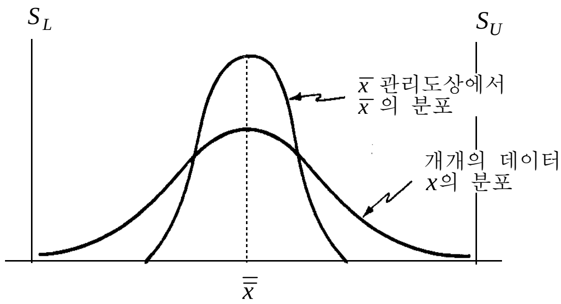
* 제조공정과 규격과의 관계를 비교하기 위해서는 $\bar{x}-R$관리도를 활용하여 공정을 관리상태로 유지하게 한 후, $\bar{x}-R$관리도상의 $\bar{x}$점들의 분포(통상 정규분포형태를 함)와 규격과의 비교를 하여 공정상 문제점에 대한 대책을 취하면 좋음.

* 규격과 대조하여 공정대책을 취할 경우에는 다음의 4가지 경우와 같이 실시함.
  ① [그림 1.1]인 경우의 대책 : ㉠ 현행 제조공정관리 계속, ㉡ 변형된 관리한계선 고려, ㉢ 체크검사



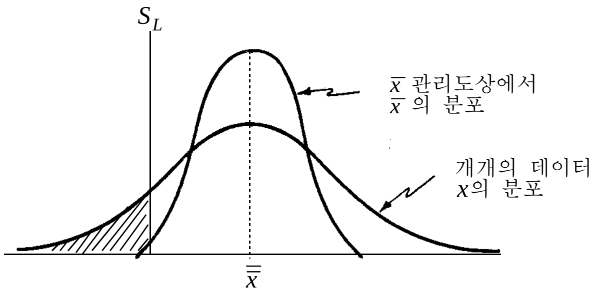
[그림 1.1] 공정분포의 산포가 좁고 공정중심이 안정되어 있는 공정

② [그림 1.2]인 경우의 대책 : ㉠ 공정중심이 규격중심에 오도록 조치, ㉡ 전수선별, ㉢ 산포감소 활동, ㉣ 규격폭 확대 검토



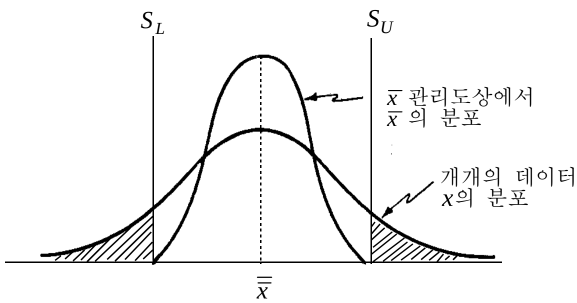
[그림 1.2] 규정된 규격한계치의 차와 공정분포의 산포가 똑같은 공정

③ [그림 1.3]인 경우의 대책 : ㉠ 규격한계 내의 어느 점에 분포중심을 정하고 관리, ㉡ 미완성 표시, ㉢ 실험계획법에 의한 산포감소 활동, ㉣ 전수선별, ㉤ 규격변경 준비



[그림 1.3] 규정된 규격한계치의 차의 중심으로부터 공정중심이 벗어난 공정

④ [그림 4.4]인 경우의 대책 : ㉠ 규격확대, ㉡ 산포감소 활동, ㉢ 전수선별, ㉣ 경제적 견지에서 새로운 기준설정 관리, ㉤ 공정개선(기계, 공구, 작업방법)



[그림 1.4] 규정된 한계치의 차보다 공정분포의 산포가 더 넓은 공정

1.3 공정과 규격사이의 모순해결 대책

* 만약 $\bar{x}-R$ 관리도에서 관리하고 있는 공정품질의 산포가 너무 커서 규격의 한계내에 들어오지 않을 때, 혹은 공정분포의 중심이 규격한계내의 적절한 위치에 있지 않을 때에는 공정과 규격간에 서로 모순이 있는 상태이라고 볼 수 있음.

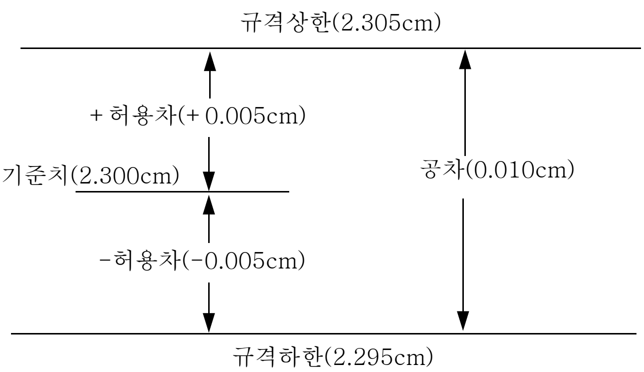
* 이러한 공정과 규격사이의 모순해결대책은 다음과 같음.
  ① 공정변경(4M), ② 규격변경, ③ 규격한계외 제품을 선별하여 재가공 혹은 수정

2. 공차

2.1 공차와 허용차의 의의 품기 2016 등 총4회

* 공차는 규격상한(S_U)과 규격하한(S_L)의 차이며, 허용차는 기준치와 규격한계의 차를 말함. 예를 들면, 규격이 2.300±0.005cm일 때 치수의 품질특성은 2.295cm에서 2.305cm까지 산포할 수 있으며, 이때 공차는 ±0.005cm 또는 (2)(0.005)=0.010cm라고 나타냄.

* 다음 [그림 1.5]는 공차의 의미를 그림으로 나타내고 있음. 이 그림에서 보는 바와 같이 공차 는 규격상한(S_U)과 규격하한(S_L)의 차이이며, 허용차는 기준치와 규격한계와의 차이임.



[그림 1.5] 공차와 허용차

2.2 공차·허용차 설계에 대한 제약요인 품기 1994 등 총2회

* 공차 및 허용차는 너무 커도, 너무 작아도 안되며, 적절한 크기로 설계되어야 함.

* 그런데 이러한 공차 및 허용차 설계에는 다음과 같은 요인들에 의해 영향을 받고 있음.
  ① 공차를 작게 하는 요인 : 안전, 제품기능, 내구성, 겉모양 등의 고려
  ② 공차를 크게 하는 요인 : 금형조정, 금형보수의 용이 측면의 고려
  ③ 기타 요인 : ㉠ 물리적 요인 ; 치수, 형태, 위치, 작동 등 ㉡ 계측기술의 현수준
  ㉢ 공차의 경제성 ; 품질과 원가의 balance 유지

* 공차설정시의 고려할 점으로는 ① 사용상 요건만족, ② 설정된 공차 내에서 경제적으로 제품의 제조가 가능할 것 등임.

* 한편, 표준편차 σ를 사용하여 표현할 때 공차 T는 $T>6\sigma$(또는 $T>6s$) 중 $T=(8\sim9)\sigma$로 하는 것이 좋음이고 알려져 있음.

2.3 공차의 통계적 가성성 품기 2010 등 총2회

* 2개 이상의 부품이 조합될 때 그 조합에 의해 새로운 치수나 새로운 분포가 생김.

* 조합의 특성을 알고 싶다든지 부품의 가공과 조립의 양쪽을 가장 경제적이고 용이하게 하기 위해서는 부품의 적정한 공차설정을 생각하는 것이 중요함.

* 이러한 목적 하에 고안된 것이 분포의 加成性(additive property of distribution)임. 가성성은 가법성이라고도 함. 어느 하나의 부품의 분포는 다음 부품의 분포에 가성되며, 조립이 완성될 때까지 그 가성이 계속됨이고 하는 이론임.

2.3.1 평균치의 합의 법칙

* 부품의 하나의 치수가 다른 것에 가성되도록 조립되어질 때 조립품의 치수의 평균치는 부품의 치수의 평균치의 합과 같음.

* 예를 들어 ① $\bar{x}_A$를 A부품 치수의 평균치, ② $\bar{x}_B$를 B부품 치수의 평균치, ③ $\bar{x}_C$를 C부품 치수의 평균치 라고 하면, 조립품 치수의 평균치는 다음 식으로 됨.

$$\text{조립품 치수의 평균치} = \bar{x}_A + \bar{x}_B + \bar{x}_C \qquad (1.1)$$

2.3.2 표준편차 또는 분산의 가성성의 법칙 품기 1981

* 부품이 랜덤으로 조립될 때 조립품의 표준편차는 부품의 표준편차를 각각 제곱하여 그것들을 합한 값의 제곱근으로 계산됨.

* 예를 들어 ① σ_A를 A부품의 표준편차, ② σ_B를 B부품의 표준편차라고 하면 조립품의 표준편차는 다음과 같음.

$$\text{조립품의 표준편차} = \sqrt{{\sigma_A}^2 + {\sigma_B}^2} \qquad (1.2)$$

2.3.3 평균치의 차의 법칙

* 부품의 하나의 치수가 다른 부품의 치수로부터 빼도록 조립되어질 때, 조립품의 치수의 평균치는 부품의 치수의 평균치의 차가 됨.

* 예를 들어 ① $\bar{x}_D$를 D부품의 치수의 평균치, ② $\bar{x}_E$를 E부품의 치수의 평균치라고 하면, 조립품 치수의 평균치는 다음과 같음.

$$\text{조립품 치수의 평균치} = \bar{x}_D - \bar{x}_E \ \text{ 혹은 } \ \bar{x}_E - \bar{x}_D \qquad (1.3)$$

2.3.4 평균치의 합과 차의 법칙

* 부품의 어떤 치수는 서로 가성되지만(예로서 A, B, C), 어떤 치수가 빼도록 조립될 때(예로서 D, E), 조립품 치수의 평균치는 부품 치수의 평균치의 대수합이 됨.

$$\text{조립품 치수의 평균치} = \bar{x}_A + \bar{x}_B + \bar{x}_C - \bar{x}_D - \bar{x}_E \qquad (1.4)$$

2.3.5 조립의 공차와 겹침공차 품기 2016 등 총6회

* 표준편차의 가성성의 법칙은 조립작업에 있어 중요한 의미를 갖고 있음. 그 이유는 표준편차들의 제곱합의 제곱근은 단순히 표준편차들의 가산으로 얻어진 값보다 언제나 작게 되기 때문임.

* 예를 들어 $\sigma_A = 0.0003,\ \ \sigma_B = 0.0004$라고 하면

$$\sigma_A + \sigma_B = 0.0007,\ \sqrt{{\sigma_A}^2 + {\sigma_B}^2} = \sqrt{(0.0003)^2 + (0.0004)^2} = 0.0005 \text{이므로}$$

$$\therefore\ \ \sigma_A + \sigma_B > \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

이 예에서 보는 바와 같이 표준편차의 합은 0.0007인데, 통계적 가성성의 법칙에서는 0.0005가 됨.

* 이것은 랜덤한 조립을 하면 조립품의 분포는 각 부품의 분포의 합계보다도 언제나 좁은 분포의 상태로 유지할 수 있음은 것을 의미하고 있음.
이것을 겹침공차(overlapping tolerance)라고 하는데, 설계에서는 이러한 이점 때문에 많이 이용되고 있음.

① 표준편차 이외의 다른 요소를 감안하지 않을 때 조립공차는 다음과 같이 구함.

$$\text{조립공차} = \sqrt{\text{각 부품공차의 제곱의 합}} = \sqrt{\sum(\text{각 부품공차})^2} \qquad (1.5)$$

② 각 부품공차의 크기가 같을 때 조립공차는 다음과 같이 구함.

$$\text{조립공차} = \pm T \times \sqrt{n} \qquad (1.6)$$

여기서, T : 개개의 부품 허용차, n : 부품의 수

③ 허용차에 의한 조립공차는 다음과 같이 구할 수도 있음.

$$\text{조립공차} = \pm\sqrt{\sum(\text{각 부품 허용차})^2} \qquad (1.7)$$

예제 1.1 다음과 같이 선형으로 조립되는 기어의 조립공차를 구하라(단위 : 1/1,000in).

	기어 A	기어 B	기어 C
기본치수	1,000	2,000	3,000
표준편차	2	2	2
공차($=\pm3\sigma$)	±3×2=±6=12	±3×2=±6=12	±3×2=±6=12
공차의 제곱	$(12)^2$	$(12)^2$	$(12)^2$

해설

☞ 조립공차를 식 (1.5)~식 (1.7)의 3가지의 방법으로 각각 풀면

$$\text{조립공차} = \sqrt{(12)^2 + (12)^2 + (12)^2} = \sqrt{3 \times (12)^2} = 12 \times \sqrt{3} = \pm 6\sqrt{3}$$

$$= \pm T \times \sqrt{n} = \pm 6 \times \sqrt{3}$$

$$= \pm\sqrt{(6)^2 + (6)^2 + (6)^2} = \pm\sqrt{3 \times (6)^2} = \pm 6\sqrt{3}$$

위의 3가지 어느 것이나 모두 동일한 값이 됨을 볼 수 있음.

예제 1.2 4개의 공차가 같은 부품을 조립했을 때, 조립공차는 ±5/1,000inch이다. 부품공차(개개의 부품의 공차)는 얼마인가?

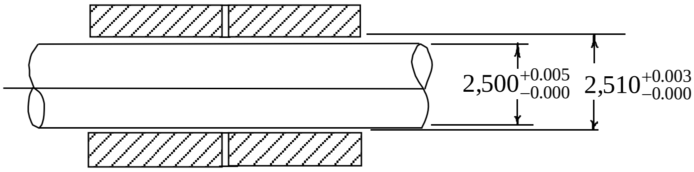
해설

☞ $\pm 5/1{,}000 = \pm T \times \sqrt{4}$ 로부터 부품공차 = $\pm T = \pm 5/(1{,}000 \times 2) = \pm 2.5 \times 10^{-3}$

예제 1.3 축(shaft)과 베어링 사이의 틈새(clearance)에 대하여 통계적 분석을 하려고 한다. 다음의 그림에서 $\bar{\bar{x}}_B$: 베어링 내경의 관리된 평균치, σ_B : 베어링 내경의 표준편차, $\bar{\bar{x}}_S$: 축 외경의 관리된 평균치, σ_S : 축 외경의 표준편차라 하고, 공정능력 연구에 의해 다음의 값을 알고 있다고 할 때, 물음에 답하라.
(단, 각 치수는 정규분포를 함이고 하고, 정규분포표를 참고할 것.)

$$\bar{\bar{x}}_B = 2.5115,\ \bar{\bar{x}}_S = 2.502,\ \sigma_B = 0.0006,\ \sigma_S = 0.0007$$

(1) 조립품의 틈새의 평균치 ($\bar{\bar{x}}_C$)를 구하라. (2) 조립품 틈새의 표준편차(σ_C)를 구하라.



(3) 제품의 합격률을 추정하라. 품기 1998

해설

(1) 조립품의 틈새의 평균치 : $\bar{\bar{x}}_C = \bar{\bar{x}}_B - \bar{\bar{x}}_S = 2.5115 - 2.502 = 0.0095$

(2) 조립품의 틈새의 표준편차 : $\sigma_C = \sqrt{{\sigma_B}^2 + {\sigma_S}^2} = \sqrt{(0.0006)^2 + (0.0007)^2} = 0.0009$

(3) 제품의 합격률 : $P(0.007 \le x \le 0.012) = P\left(\dfrac{0.007-\mu}{\sigma} \le U \le \dfrac{0.012-\mu}{\sigma}\right)$

$$= P\left(\frac{0.007-0.0095}{0.0009} \le U \le \frac{0.012-0.0095}{0.0009}\right)$$

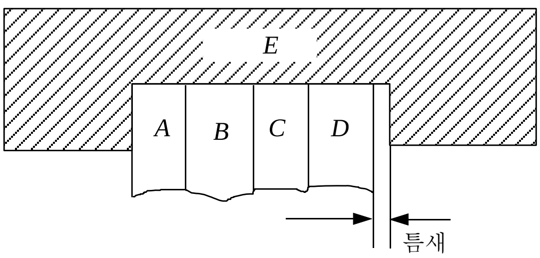
$$= P(-2.78 \le U \le 2.78) = 1 - [P(U < -2.78) + P(U > 2.78)]$$

$$= 1 - [0.0027 + 0.0027] = 0.9946(99.46\%)$$

2.4 틈새와 끼워맞춤

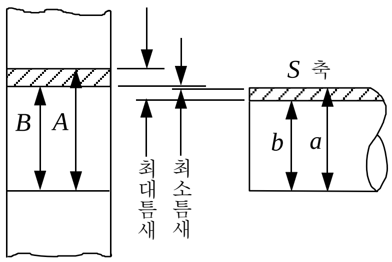
2.4.1 틈새와 끼워맞춤의 개념

* 품질특성의 실제치수는 허용한계 내에서 변동이 있으며, 예로서 조합되는 한쌍의 부품인 구멍과 축의 끼워맞춤(fit)에 있어서도 그 맞춤의 정도에 변동이 있을 것은 당연함.

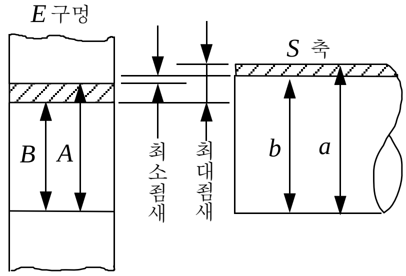


[그림 1.6] 끼워맞춤시의 틈새

* [그림 1.6]과 같이 부품 A, B, C, D를 차례로 E의 홈에 끼워맞출 때(이때 누적공차가 생김) D와 E사이에 틈새(clearance)가 생김. 이때 누적공차의 변동 때문에 *D*가 헐겁게 조립될 수도 있고, 억지로 끼워 넣게 되는 수도 발생함.



[그림 1.7] 헐거운 끼워맞춤



[그림 1.8] 억지 끼워맞춤

* 틈새의 간단한 사례는 [그림 1.7] 및 [그림 1.8]과 같은 한 쌍의 부품 사이를 들 수 있음. 여기서 틈새는 짝을 이루는 품질특성인 S의 외경과 E의 내경에 의해 형성됨.
* 최대틈새는 부품 E의 구멍의 최대한계에서 부품 S(축)의 직경의 최소한계를 뺀 값이며, 최소틈새는 E의 최소한계에서 S의 최대한계를 뺀 값에서 생김.
* 틈새는 실제 틈새의 조건여하에 따라 양(+)의 값이 되기도 하고, 음(-)의 값이 되기도 함. 예를 들면, 구멍은 작고 축은 클 때의 끼워맞춤시 틈새는 음의 값을 가짐. 이때, 조립시는 구멍은 가열로 팽창시키고, 축은 냉각으로 수축시켜서 그 치수를 변화시켜서 끼워맞춤을 함.

2.4.2 끼워맞춤의 형태

* 끼워맞춤은 다음 3가지 형태가 있음.
  ① 헐거운 끼워맞춤(clearance fit) : 항상 틈새가 생기는 끼워맞춤.
  축의 치수보다 구멍의 치수가 클 때의 끼워맞춤임(그림 1.7 참조).
  ② 억지 끼워맞춤(interference fit) : 항상 죔새가 생기는 끼워맞춤.
  축의 치수보다 구멍의 치수가 작을 때의 끼워맞춤임(그림 1.8 참조).
  ③ 중간 끼워맞춤(transition fit) : 각각의 허용치수안에 다듬질한 구멍과 축을 끼워 맞추었을 때 그 치수에 따라 틈새가 생기는 것도 있고 죔새가 생기는 것도 있는 끼워맞춤. 축의 허용구역은 구멍의 허용구역에 겹침.

제2부
통계적품질관리

제1장　관리도 Ⅱ

제2장　통계적 검정 및 추정 Ⅱ

제3장　상관 및 회귀 분석

제4장　샘플링검사

제5장　신뢰성 Ⅱ

제 2 장

통계적 검정 및 추정 Ⅱ

1. 계량치의 검정 및 추정 / 2-02
2. 산포의 검정 및 추정 / 2-04
3. 계수치의 검정 및 추정 / 2-05
4. 적합도 검정 및 동일성 검정 / 2-14

1. 계량치의 검정 및 추정

1.1 대응이 있는 두 조의 모평균차에 대한 검정 및 추정

1.1.1 검정 및 추정의 기초 개념

* 대응하는 데이터의 차와 평균을

$$d_i = x_{1i} - x_{2i}, \quad \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$$

라 하면, d_i 의 변동(편차제곱합)은

$$S_d = \sum (d_i - \bar{d})^2 = \sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}$$

이고, d_i 의 시료분산 s_d^2 은 다음과 같음.

$$s_d^2 \approx V_d = \frac{S_d}{n-1}$$

* 검정방법은 다음의 검정통계량 t_0가 자유도 $\nu = n-1$인 t 분포에 따름은 성질을 이용함.

$$t_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d / \sqrt{n}} \qquad (2.01)$$

1.1.2 검정 방법

기본가정	종류	H_0	H_1	검정통계량	기각역
차의 분산 σ_d^2 미지	양쪽검정	$\Delta = \Delta_0$	$\Delta \neq \Delta_0$	$t_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d / \sqrt{n}}$	$\lvert t_0 \rvert > t_{1-\alpha/2}(\nu)$
	한쪽검정	$\Delta \leq \Delta_0$	$\Delta > \Delta_0$		$t_0 > t_{1-\alpha}(\nu)$
		$\Delta \geq \Delta_0$	$\Delta < \Delta_0$		$t_0 < -t_{1-\alpha}(\nu)$
차의 분산 σ_d^2 기지	양쪽검정	$\Delta = \Delta_0$	$\Delta \neq \Delta_0$	$U_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_d^2}{n}}}$	$\lvert U_0 \rvert > u_{1-\alpha/2}$
	한쪽검정	$\Delta \leq \Delta_0$	$\Delta > \Delta_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
		$\Delta \geq \Delta_0$	$\Delta < \Delta_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
비고	$\nu = n-1, \quad \bar{d} = \sum d_i / n = \bar{x}_{1\cdot} - \bar{x}_{2\cdot}, \quad \bar{d} \sim N(\Delta_i, \sigma_d^2 / n)$ $\Delta = \mu_1 - \mu_2, \quad -t_{1-\alpha}(\nu) = t_\alpha(\nu), \quad -u_{1-\alpha} = u_\alpha$				

1.1.3 구간추정 방법

(1) 대응있는 두 조의 모평균차 양쪽신뢰한계 추정

* 먼저, σ_d^2 미지인 경우의 양쪽신뢰한계 추정은 다음과 같음.

$$\left.\begin{matrix} \hat{\Delta}_U \\ \hat{\Delta}_L \end{matrix}\right\} = \bar{d} \pm t_{1-\alpha/2}(\nu) \frac{s_d}{\sqrt{n}} \qquad (2.02)$$

* 그리고, $\sigma_d{}^2$ 기지인 경우의 양쪽신뢰한계 추정은 다음과 같음.

$$\left.\begin{matrix}\hat{\Delta}_U \\ \hat{\Delta}_L\end{matrix}\right\} = \bar{d} \pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} \tag{2.03}$$

(2) 대응있는 두 조의 모평균차 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
$\sigma_d{}^2$ 미지	$H_1 : \Delta > \Delta_0$	신뢰하한 $\hat{\Delta}_L = \bar{d} - t_{1-\alpha}(\nu)\cdot\frac{s_d}{\sqrt{n}}$
	$H_1 : \Delta < \Delta_0$	신뢰상한 $\hat{\Delta}_U = \bar{d} + t_{1-\alpha}(\nu)\cdot\frac{s_d}{\sqrt{n}}$

예제 2.01 8매의 철판에 대해 가운데(중앙)부분과 가장자리(단) 부분의 두께를 각각 측정하여 다음과 같은 데이터를 얻었다. 요구에 답하여라. [기사 기출]

No.	x_{1i}(중앙)	x_{2i}(단)	No.	x_{1i}(중앙)	x_{2i}(단)
1	3.22	3.20	5	3.28	3.25
2	3.16	3.09	6	3.25	3.18
3	3.20	3.22	7	3.24	3.25
4	3.32	3.25	8	3.27	3.24

(1) 철판의 가운데 두께가 가장자리 두께보다 두껍다고 할 수 있는가를 검정하여라.
(단, 유의수준은 5% 및 1%를 사용하여라)

(2) $\mu_1 - \mu_2$에 대해 95% 신뢰구간을 구하여라.

해설

(1) 가설검정

① 가설 설정 : H_0 : $\Delta \le 0\,(\Delta = \mu_1 - \mu_2)$, H_1 : $\Delta > 0$ ② 유의수준 : α =0.05 및 0.01

③ 검정통계량의 값(t_0) 계산 : $t_0 = \dfrac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \dfrac{0.0325}{\sqrt{0.00128/8}} \approx 2.569$

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	계	평균($\bar{d}$)
차이($d_i = x_{1i} - x_{2i}$)	0.02	0.07	-0.02	0.07	0.03	0.07	-0.01	0.03	0.26	0.0325

여기서, $s_d{}^2 \approx V_d = \dfrac{S_d}{n-1} = \dfrac{1}{n-1}\left[\sum d_i{}^2 - \dfrac{(\sum d_i)^2}{n}\right] = \dfrac{1}{8-1}\left[0.0174 - \dfrac{(0.26)^2}{8}\right]$=0.00128

④ 기각역 : $t_0 > t_{1-\alpha}(\nu)$ (∵ σ_d 미지)이면 H_0 기각

⑤ 판정

㉠ α =0.05인 경우 : $t_0 = 2.569 > t_{0.95}(7) = 1.895$ 이므로, H_0를 유의수준 5%로 기각함.
즉, 철판의 가운데 두께가 가장자리 두께보다 두껍다고 할 수 있음.

㉡ α =0.01인 경우 : $t_0 = 2.569 < t_{0.99}(7) = 2.998$ 이므로, H_0를 기각할 수 없음.

즉, 철판의 가운데 두께가 가장자리 두께보다 두껍다고 할 수 없음.

(2) $\mu_1 - \mu_2$에 대해 95% 한쪽신뢰구간 추정

검정결과 $H_1 : \Delta > 0$ 이 채택된 경우로서, 한쪽신뢰구간 추정의 경우임.

$$\hat{\Delta}_L = \bar{d} - t_{1-\alpha}(\nu) \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} = 0.0325 - t_{0.95}(7) \cdot \sqrt{\frac{0.00128}{8}}$$

$$= 0.0325 - 1.860 \times 0.0126 = 0.0325 - 0.0234 = 9.1 \times 10^{-3}$$

2. 산포의 검정 및 추정

2.1 모표준편차의 추정

* 모표준편차 σ 의 점추정 방법은 다음 식들과 같음.

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{c_4} \tag{2.04}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} \quad 또는 \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \tag{2.05}$$

* $\bar{R}$ 는 R 을 평균한 조의 수(k)가 커지면(실험적으로는 k =4정도로 충분) 거의 정규분포에 가까워짐.

$$E(\bar{R}) = d_2\sigma, \quad D(\bar{R}) = d_3\sigma / \sqrt{k}$$

로부터 모표준편차 σ 에 대한 구간추정식은 다음 식과 같이 구해짐.

$$\frac{\bar{R}}{d_2 + u_{1-\alpha/2}\dfrac{d_3}{\sqrt{k}}} \le \hat{\sigma} \le \frac{\bar{R}}{d_2 - u_{1-\alpha/2}\dfrac{d_3}{\sqrt{k}}} \tag{2.06}$$

예제 2.02 다음 데이터는 어떤 기계가공품의 열처리 경도(Rockwell Hardness)를 측정한 것이다. 매 배치마다 n =4의 샘플을 뽑아 R을 구하면 표의 우측 열과 같다.

No.	측정치				R	No.	측정치				R
1	46	45	45	44	2	6	46	46	47	47	1
2	46	47	46	46	1	7	46	48	47	45	3
3	45	45	45	45	1	8	45	46	44	45	2
4	46	45	45	45	1	9	45	46	46	45	1
5	46	47	47	45	2	10	46	47	46	45	2
										계	16

이것으로부터 모표준편차 σ 를 구간추정하라.

해설

☞ σ 의 신뢰율 95% 신뢰구간 추정식 $\dfrac{\bar{R}}{d_2 + u_{1-\alpha/2}\dfrac{d_3}{\sqrt{k}}} \le \hat{\sigma} \le \dfrac{\bar{R}}{d_2 - u_{1-\alpha/2}\dfrac{d_3}{\sqrt{k}}}$ 로부터

$$\frac{1.6}{2.059+1.96\times\frac{0.880}{\sqrt{10}}}\le\hat{\sigma}\le\frac{1.6}{2.059-1.96\times\frac{0.880}{\sqrt{10}}}\ \rightarrow\ \therefore\ 0.61\le\hat{\sigma}\le 1.06$$

여기서, 주어진 표의 데이터로부터 $\overline{R}=\sum R/k=16/10=1.6$이고, d_2, d_3는 n=4일 때 <부표 13> 슈하트 관리도용 계수표로부터 d_2=2.059 및 d_3=0.880이 얻어짐.

3. 계수치의 검정 및 추정

* 계수치 데이터로는 부적합품수, 부적합품률, 흠의 수, 부적합수, 사절수(絲切數) 등 계수치의 데이터도 많이 있으며, 이와 같은 데이터를 잡는 것은 계량치보다 쉬운 때가 많음.
* 계수치 데이터의 경우는, 보통 그 분포가 이항분포 내지 포아송분포라고 가정하여 해석해 나감. 이 점이 계량치와 본질적으로 다른 점임. 또 한편, 정규분포의 경우는 표준화하여 표준정규분포로서 바꾸어 취급함으로써 계산이 간단하게 됨.
* 계수치 데이터의 해석은 취급을 간단히 하기 위하여 주로 근사적인 계산방법에 의하거나, 이항확률지와 같은 계산도표를 이용하는 방법이 사용됨.
* 이와 같은 방법은 계량치의 데이터의 경우에 비해서 정보량은 적으나, 현장에 있는 데이터에 대해서 손쉽게 사용할 수 있음은 점이 장점임.

3.1 모부적합품률에 관한 검정 및 추정 [기지1회] 품기 2012 등 총2회

3.1.1 모부적합품률의 검정

(1) 모부적합품률 검정의 기초 개념

* 이항분포의 모수인 모부적합품률에 대한 가설검정은 표본의 크기 n이 작을 때에는 이항분포를 이용하여 기각역을 결정함.
  그러나 계산이 복잡하고 유의수준을 정할 때에도 어려움이 생기므로 n이 큰 경우에는 이항분포를 사용하지 않고, 이항분포가 정규분포에 근사함은 성질을 이용하여 정규분포를 사용하는 검정법을 택하고 있음.
* 공정이 관리상태에 있고, 그 모부적합품률이 P_0이면, 그 공정으로부터 랜덤하게 채취한 크기 n의 시료가운데 발견되는 부적합품수 x는 이항분포에 따름.
* 시료크기 n이 큰 경우($nP_0\ge 5,\ n(1-P_0)\ge 5$인 경우) 표본의 부적합품률 $\hat{p}=X/n$는 근사적으로 평균 P이고, 표준편차 $\sqrt{P(1-P)/n}$인 정규분포에 따르므로, 다음의 표준화된 통계량 U_0는 근사적으로 정규분포에 따름은 성질을 이용하여 검정함.

$$U_0=\frac{\hat{p}-P_0}{\sqrt{\dfrac{P_0(1-P_0)}{n}}} \qquad (2.07)$$

(2) 모부적합품률의 검정 방법 　품기 2014 등 총2회

적용조건	분포	구분	H_0	H_1	검정통계량의 값	기각역
표본크기가 큰 경우 $nP_0 \ge 5$ $n(1-P_0) \ge 5$ $P_0 < 0.5$	이항분포의 정규분포 근사법	양쪽	$P = P_0$	$P \ne P_0$	$U_0 = \dfrac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\dfrac{P_0(1-P_0)}{n}}}$	$\lvert U_0 \rvert > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$P \le P_0$	$P > P_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$P \ge P_0$	$P < P_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
표본크기가 크지 않은 경우 $nP_0 < 5$ $n(1-P_0) < 5$	이항분포 (직접법 사용)	양쪽	$P = P_0$	$P \ne P_0$	$x \le nP_0$ 이면 $\sum_0^x p(x)$	$\sum_0^x p(x) < \dfrac{\alpha}{2}$
					$x > nP_0$ 이면 $\sum_x^n p(x)$	$\sum_x^n p(x) < \dfrac{\alpha}{2}$
		한쪽	$P \le P_0$	$P > P_0$	$\sum_x^n p(x)$	$\sum_x^n p(x) < \alpha$
			$P \ge P_0$	$P < P_0$	$\sum_0^x p(x)$	$\sum_0^x p(x) < \alpha$
비고	$p(x) = {}_nC_x p^x (1-p)^{n-x}$, $\sum_x^n p(x) = 1 - \sum_0^{x-1} p(x)$					

참조 　누적이항분포표를 활용한 누적이항확률 계산

* 이항분포 직접법에 의한 검정통계량 $\sum_x^n p(x)$ 의 계산시에는 $\sum_x^n p(x) = 1 - \sum_{x=0}^{x-1} p(x)$ 으로 계산하고, 여기서 $p(x)$ 는 $p(x) = {}_nC_x p^x (1-p)^{n-x}$ 임.

* 예를 들어 $\sum_{x=4}^{25} p(x) = 1 - \sum_{x=0}^{3} p(x)$ 이고, $\sum_{x=0}^{3} p(x)$ 는 누적이항분포표로부터 구함.

* 누적이항분포표는 $p(x \le c) = \sum_{x=0}^{c} p(x) = \sum_{x=0}^{c} {}_nC_x p^x (1-p)^{n-x}$ 로 된 누적이항확률을 쉽게 구할 수 있도록 개발된 표로서, <부표 16> 누적이항분포표에 주어져 있음.

3.1.2 모부적합품률의 구간추정 　품기 2010 등 총4회

(1) 모부적합품률의 양쪽신뢰한계 추정

* 모부적합품률 P 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식으로 됨.

$$\left.\begin{matrix} \hat{P}_U \\ \hat{P}_L \end{matrix}\right\} = \hat{p} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \qquad (2.08)$$

여기서, 모부적합품률 P 의 점추정치 $\hat{p}$ 는 $\hat{p} = r/n$ 임.

* 한편, 모부적합품률 P의 신뢰구간의 표현은 식 (5.36) 이외에도, 다음의 두 가지의 형태로도 쓰임.

$$\hat{p} - u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \le \hat{P} \le \hat{p} + u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \qquad (2.09)$$

$$\left(\hat{p} - u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\quad \hat{p} + u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) \qquad (2.10)$$

* 모부적합품률의 양쪽신뢰구간 추정에서의 시료의 크기(n)은 다음 식으로 구함.

$$n = \hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{u_{1-\alpha/2}}{d}\right)^2 \qquad (2.11)$$

여기서, d : 추정오차 한계, n은 소수점 이하를 올림처리한 정수로 함.

(2) 모부적합품률의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
표본크기가 큰 경우 $nP_0 \ge 5$, $n(1-P_0) \ge 5$ $P_0 < 0.5$	$H_1 : P > P_0$	신뢰하한 $\hat{P}_L = \hat{p} - u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$
	$H_1 : P < P_0$	신뢰상한 $\hat{P}_U = \hat{p} + u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

예제 2.03 어느 주물공장에서 종래공정의 부적합품률은 12%였다. 주입방법을 변경하여 부적합품률이 감소했는가를 알아보기 위해 변경후의 제품을 120개 검사해 본 결과 부적합품이 2개 발견되었다.

(1) 변경후의 공정부적합품률이 종래의 부적합품률보다 감소했는가를 검정하시오(α=0.05).

(2) 변경후의 공정부적합품률을 신뢰율 95%로 구간추정하시오. [기사 기출] [기지1회]

해설

☞ 모부적합품률에 관한 검정 및 추정으로서,

(1) 모부적합품률에 관한 검정

① 가설설정 : H_0 : $P \ge 0.12$ (P_0), H_1 : $P < 0.12$ (한쪽검정) ② 유의수준 : α=0.05

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 : $U_0 = \dfrac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\dfrac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \dfrac{0.017 - 0.12}{\sqrt{\dfrac{0.12 \times 0.88}{120}}} = -3.47$

여기서, $nP_0 = 120 \times 0.12 = 14.4 > 5$, $P = 0.12 < 0.5$이므로 정규분포근사법 이용 가능,

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{2}{120} = 0.017$$

④ 기각역 설정 : $U_0 < -u_{1-\alpha} = -u_{0.95} = -1.645$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $U_0 = -3.47 < -u_{0.95} = -1.645$이 성립하므로 H_0를 유의수준 5%로 기각함.

즉, 종래의 부적합품률보다 감소했다고 할 수 있음.

(2) 모부적합품률에 관한 신뢰구간 추정

검정결과 $H_1:\ p < 0.12$ 이 채택되므로, 신뢰한계로는 신뢰상한값 추정을 함.

$$\hat{P}_U = \hat{p} + u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.017 + u_{0.95}\sqrt{\frac{0.017(1-0.017)}{120}}$$

$$= 0.017 + (1.645)(0.0118) = 0.0364$$

예제 2.04 어떤 공정의 부적합품률이 10%보다 큰가 아닌가를 확인하여 보기 위하여, 이 공정에서 만들어지는 제품을 25개 랜덤추출하여 부적합품의 개수를 세어보니 4개였다. 부적합품률이 10%보다 크다고 볼 수 있는가를 α=0.05로 검정하여라.

해설

☞ 모부적합품률의 검정 중 표본의 크기가 크지 않은 경우의 문제임.

(1) $P = 0.1 < 0.5$ 이지만, 표본의 크기가 충분히 커서 정규분포근사법 적용이 가능한지의 검토

$nP_0 = 25 \times 0.1 = 2.5 < 5$ 이므로, 이 경우에는 정규분포근사법을 사용할 수 없고 "이항분포를 사용한 직접방법"을 사용하여야 함.

(2) 가설검정

① 가설설정 : $H_0 : P \le 0.1\,(P_0),\quad H_1 : P > 0.1$ (한쪽검정) ② 유의수준 : α=0.05

③ 검정통계량의 값($\sum_{x=4}^{25} p(x)$) 계산 : $\sum_{x}^{n} p(x) = \sum_{x=4}^{25} p(x) = 1 - \sum_{x=0}^{3} p(x) = 1 - 0.764 = 0.236$

여기서, 누적이항분포표로부터 $n = 24,\ p = 0.1,\ c = 3$ 일 때, $\sum_{x=0}^{3} p(x)$=0.764

④ 기각역 설정 : $\sum_{x}^{n} p(x) < \alpha$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $\sum_{x=4}^{25} p(x) = 0.236 > \alpha = 0.05$ 이므로, 검정통계량의 값은 기각역을 만족할 수 없고, 귀무가설 기각 불가함. 즉, 모부적합품률은 10% 보다 크다고 할 수 없음.

예제 2.05 자동차보험을 150만원 이상의 액수에 대해 가입하는 사람들의 비율을 추정하기 위해 400명의 자동차 소유자를 임의 추출하여 조사한 결과 56명이 150만원 이상의 보험에 가입한 것으로 나타났다. 모비율의 95% 추정오차한계가 0.08이내가 되도록 하려면 표본의 크기가 얼마이어야 하는가? [기사 기출]

해설

☞ 모비율 P 의 점추정치 $\hat{p}$=56/400=0.14를 이용하면

$$u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = d \quad\rightarrow\quad u_{0.975}\sqrt{\frac{0.14(1-0.14)}{n}} = 0.08$$

$n = (0.14)(0.86)\left(\frac{1.960}{0.08}\right)^2 = 72.27 \quad \therefore\ n = 73$ (소수점 이하를 올림처리한 정수)

3.2 모부적합품률차의 검정 및 추정

3.2.1 모부적합품률차의 검정

(1) 부적합품률차 검정의 기초 개념

* 두 모집단이 공통인 모부적합품률 P를 갖고 있음이고 가정할 때 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$는 표본의 크기 n_1, n_2가 클 때 근사적으로 정규분포에 따르고, 평균과 분산은 다음 식으로 주어짐.

$$E(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = 0$$

$$V(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = P(1-P)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \qquad (2.12)$$

* 여기서, 미지의 모부적합품률 P는 두 표본을 함께 이용하여 추정할 수 있음. 두 표본을 함께 이용하는 경우 모부적합률 P의 합동추정량(joint estimator)은 다음 식으로 주어짐.

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} \qquad (2.13)$$

* 따라서, 식 (2.12)의 $V(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$의 추정량은 다음 식으로 표현됨.

$$\hat{V}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)$$

* 모부적합률차의 검정은 표본의 n_1, n_2가 충분히 큰 경우에 다음의 통계량 U_0는 근사적으로 $N(0,\ 1^2)$에 따름은 성질을 이용함.

$$U_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \qquad (2.14)$$

(2) 모부적합품률차의 검정 방법

적용	분포	구분	H_0	H_1	검정통계량	기각역
① n_1, n_2가 충분히 큰 경우 ② 합동추정량($\hat{p}$)가 사용될 수 있는 경우	정규분포 근사법	양쪽	$P_1 = P_2$	$P_1 \neq P_2$	$U_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	$\lvert U_0 \rvert > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$P_1 \le P_2$	$P_1 > P_2$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$P_1 \ge P_2$	$P_1 < P_2$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
비고	여기서, 합동추정량 $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$, $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$, $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$					

3.2.2 모부적합품률차의 추정

(1) 모부적합품률차의 양쪽신뢰한계 추정

＊ 표본의 크기가 큰 경우 $P_1 - P_2$ 의 100(1- α)% 양쪽신뢰구간은 다음 식과 같이 됨.

$$\widehat{P_1 - P_2} = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \qquad (2.15)$$

(2) 모부적합품률차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
① n_1, n_2 가 충분히 큰 경우 ② 합동추정량($\hat{p}$)가 사용될 수 있는 경우	$H_1 : P_1 > P_2$	신뢰하한 $(\widehat{P_1 - P_2})_L = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$
	$H_1 : P_1 < P_2$	신뢰상한 $(\widehat{P_1 - P_2})_U = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

예제 2.06 어떤 공정에서 원료의 산포가 제품의 품질특성치에 큰 영향을 미치고 있는데 그 원료는 A, B 두 회사로부터 납품되고 있다. 이 두 회사의 원료에 대해서 제품에 미치는 부적합품(회사 A, B의 부적합품률은 각각 P_1, P_2 라 하자)에 차이가 있으면 좋은 쪽 회사의 원료를 더 많이 구입하거나, 나쁜 쪽 회사에 대해서는 감가를 요구하고 싶다. 부적합품률의 차를 조사하기 위해서 회사 A, 회사 B의 원료로 만들어진 제품 중에서 랜덤하게 각각 100개, 130개의 제품을 추출하여 부적합품수를 찾아 보았더니 각각 11개, 6개였다.

(1) $P_1 - P_2$ 의 95(%)의 신뢰구간을 구하시오.

(2) 가설 H_0 : $P_1 = P_2$, H_1 : $P_1 \neq P_2$를 $\alpha = 0.05$에서 검정하시오. [기사 기출]

해설

☞ 모부적합품률 차의 추정 및 검정

(1) $P_1 - P_2$ 의 95% 신뢰구간 추정

회사 A를 1로, 회사 B를 2로 하여 계산함.

α =0.05이고, $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{11}{100} = 0.11$, $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{6}{130} = 0.0462$ 이므로

$$\widehat{P_1 - P_2} = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$= (0.11 - 0.0462) \pm u_{0.975}\sqrt{\frac{0.11 \times 0.89}{100} + \frac{0.0462 \times 0.9538}{130}} = (-0.0073,\ 0.1340)$$

(이 경우 신뢰구간이 0을 포함하고 있으므로 P_1과 P_2는 차가 없음.)

(2) 모부적합품률차($P_1 - P_2$)의 검정

① 가설설정 : $H_0 : P_1 = P_2$, $H_1 : P_1 \neq P_2$ (양쪽검정)

② 유의수준 : α =0.05

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산

$$U_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.11 - 0.0462}{\sqrt{(0.0739)(0.9261)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{130}\right)}} \approx 1.833$$

여기서, $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{11+6}{100+130} = 0.0739$

④ 기각역 설정: $|U_0| > u_{1-\alpha/2}$ 이면 H_0 기각

⑤ $|U_0| = 1.833 < u_{1-\alpha/2} = u_{0.975} = 1.960$ 이 되므로 H_0 를 기각할 수 없음.

즉, P_1 과 P_2 사이에 차가 있음이고 말할 수 없음.

3.3 모부적합수의 검정 및 추정

* 계수치 중에서 부적합품의 개수, 즉 일정시간 내에 관측되는 사절수, 텔레비젼 한 대당 납땜 부적합의 수, 철강제품 일정면적당 흠의 수 등과 같이 포아송분포에 따름이고 생각되는 것도 많음.
* 여기에서는 이와 같은 경우의 해석방법에 대하여 알아보기로 함.

3.3.1 모부적합수의 검정

(1) 모부적합수 검정의 기초 개념

* 표본 중에 나타나는 부적합수를 X 라 하고, 그 모평균(모부적합수)을 m 이라고 하면, X 는 보통 모평균 m 의 포아송분포에 따름.
* 부적합수 X 의 기대치와 분산은

$$E(X) = m$$

$$V(X) = m$$

으로 주어지며, 모부적합수 m 은 $m \geq 5$ 인 경우에 다음의 통계량 U_0 는 근사적으로 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$ 에 따름은 성질을 이용하여 검정함.

$$U_0 = \frac{X - m_0}{\sqrt{m_0}} \tag{2.16}$$

(2) 모부적합수의 검정 방법

적용조건	분포	구분	H_0	H_1	검정통계량	기각역
부적합수 ($m_0 \geq 5$)	포아송 분포의 정규분포 근사법	양쪽	$m = m_0$	$m \neq m_0$	$U_0 = \dfrac{x - m_0}{\sqrt{m_0}}$	$\lvert U_0 \rvert > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$m \leq m_0$	$m > m_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$m \geq m_0$	$m < m_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$
단위당 부적합수 ($m_0 \geq 5$)		양쪽	$m = m_0$	$m \neq m_0$	$U_0 = \dfrac{u - m_0}{\sqrt{\dfrac{m_0}{n}}}$	$\lvert U_0 \rvert > u_{1-\alpha/2}$
		한쪽	$m \leq m_0$	$m > m_0$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
			$m \geq m_0$	$m < m_0$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$

3.3.2 모부적합수의 구간추정 방법

(1) 모부적합수의 양쪽신뢰한계 추정

(가) 모부적합수의 구간추정

* 모부적합수 m 의 100(1-α)% 양쪽신뢰구간은 다음 식과 같이 됨.

$$\hat{m} = x \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{x} \qquad (2.17)$$

여기서, 모부적합수 m 의 점추정치는 $\hat{m} = x$

(나) 단위당 모부적합수의 구간추정

* 단위당 모부적합수 U 의 100(1-α)% 신뢰구간은 다음 식과 같음.

$$\hat{U} = u \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{u}{n}} \qquad (2.18)$$

여기서, 단위당 모부적합수 U의 점추정치는 $\hat{U} = u = x/n$

(2) 모부적합수의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
부적합수 ($m_0 \geq 5$)	$H_1 : m > m_0$	신뢰하한 $\hat{m}_L = x - u_{1-\alpha}\sqrt{x}$
	$H_1 : m < m_0$	신뢰상한 $\hat{m}_U = x + u_{1-\alpha}\sqrt{x}$

예제 2.07 종래의 한 로트의 모부적합수가 m_0=26이었다. 작업방법을 개선한 후의 시료부적합수 $c = 19$ 개가 나왔다. 모부적합수가 달라졌다고 할 수 있겠는가?

해설

☞ 모부적합수의 검정문제이므로

① 가설설정 : H_0 : $m = m_0\,(26)$, H_1 : $m \neq m_0$ (양쪽검정) ② 유의수준 : α =0.05

③ 검정통계량의 값(U_0) 계산 : $U_0 = \dfrac{c - m_0}{\sqrt{m_0}} = \dfrac{19-26}{\sqrt{26}} = \dfrac{-7}{\sqrt{26}} = -1.373$

여기서, $m_0 = 26 > 5$ 이므로 포아송분포의 정규분포 근사조건을 만족하고 있음.

④ 기각역 설정 : $|U_0| > u_{1-\alpha/2}$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $|U_0| = 1.373 < u_{0.975} = 1.960$ 이므로 H_0 를 기각할 수 없음.

즉, 모부적합수가 달라졌다고 할 수 없음.

예제 2.08 20매의 강판에서 30개소의 흠을 발견하였다. 강판 1매당의 모부적합수는 95%의 신뢰도로서 어느 정도가 되겠는가?

해설

☞ 단위당 모부적합수의 신뢰구간 추정 문제

* 단위당 부적합수는 $u = \dfrac{x}{n} = \dfrac{30}{20} = 1.5$ 이고, 신뢰율 95%에서 모부적합수의 구간추정은

$$\hat{U} = u \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{u}{n}} = 1.5 \pm u_{0.975}\sqrt{\frac{1.5}{20}} = 1.5 \pm (1.960)(0.274) = 1.5 \pm 0.54 = (0.96,\ 2.04)$$

* 즉, 1매당의 모부적합수는 (0.96, 2.04)의 범위에 있음이고 추정됨.

3.4 모부적합수차 검정 및 추정

3.4.1 모부적합수차에 관한 검정

(1) 모부적합수차 검정의 기초 개념

* 2개의 모집단의 모부적합수 m_1과 m_2의 차를 검정할 경우, 정규분포근사법이 이용됨.
* 그 모집단으로부터 채취된 표본(시료)중에 나타난 부적합수를 각각 X_1 및 X_2라고 하면, 검정통계량은 다음 식으로 됨.

$$U_0 = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_1 + X_2}} \tag{2.19}$$

* 이 방법은 $m_1 \geq 5,\ m_2 \geq 5$일 때 U_0가 귀무가설의 조건 하에서 근사적으로 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$ 에 따름을 이용한 것임.

(2) 모부적합수차 검정 방법

분포	구분	H_0	H_1	검정통계량	기각역
포아송분포의 정규분포근사법	양쪽	$m_1 = m_2$	$m_1 \neq m_2$	$U_0 = \dfrac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 + x_2}}$	$\lvert U_0 \rvert > u_{1-\alpha/2}$
	한쪽	$m_1 \leq m_2$	$m_1 > m_2$		$U_0 > u_{1-\alpha}$
		$m_1 \geq m_2$	$m_1 < m_2$		$U_0 < -u_{1-\alpha}$

3.4.2 모부적합수차의 구간추정 방법

(1) 모부적합수차의 양쪽신뢰한계 추정

* 모부적합수의 차($m_1 - m_2$)의 100(1-α)% 양쪽신뢰구간은 확률변수의 값 x_1, x_2들을 대입하여 다음 식으로 구함.

$$\overbrace{m_1 - m_2} = (x_1 - x_2) \pm u_{1-\alpha/2}\sqrt{x_1 + x_2} \tag{2.20}$$

여기서, 점추정치는 $\overbrace{m_1 - m_2} = x_1 - x_2$

(2) 모부적합수차의 한쪽신뢰한계 추정

기본가정	대립가설	한쪽신뢰한계
포아송분포의 정규분포근사법	$H_1 : m_1 > m_2$	신뢰하한 $(\overbrace{m_1 - m_2})_L = (x_1 - x_2) - u_{1-\alpha}\sqrt{x_1 + x_2}$
	$H_1 : m_1 < m_2$	신뢰상한 $(\overbrace{m_1 - m_2})_U = (x_1 - x_2) + u_{1-\alpha}\sqrt{x_1 + x_2}$

4. 적합도 검정 및 동일성 검정

4.1 Pearson의 적합도 검정

4.1.1 적합도 검정의 개념

* 적합도 검정이란 측정도수가 기대도수에 잘 적합되는가에 대한 검정으로서, 이 검정은 영국의 Karl Pearson이 처음으로 제안했음.
* 기대도수 및 측정도수를 알고 있을 때의 검정통계량은 다음으로 주어짐.

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{(\text{측정도수} - \text{기대도수})^2}{\text{기대도수}}\right) \tag{2.21}$$

* 여기서, 측정도수(observed frequency)는 O로, 기대도수(expected frequency)(혹은 이론치)는 E로 나타내는 것으로 하면

$$\chi_0{}^2 = \sum\frac{(O-E)^2}{E} \tag{2.22}$$

의 형태로 되며, n이 큰 경우에 χ_0^2은 근사적으로 자유도 $\nu = k-1$를 갖는 χ^2분포를 하는 것으로 알려져 있음.
이러한 성질을 이용하여 측정도수가 기대한 대로 출현할 것인가 어떤가를 검정함.

4.1.2 Pearson의 적합도 검정 방법 품기 2015 등 총6회

H_0	H_1	검정통계량	기각역	비 고
$m_1 = \cdots = m_k$	m_i가 모두 같다고 만은 할 수 없음.	$\chi_0{}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - \hat{m})^2}{\hat{m}}$	$\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-1)$	기대치 $\hat{m}$는 $\hat{m} = \frac{\sum x_i}{k}$ $\nu = k-1$

예제 2.09 7대의 직조기로 운전되고 있는 제조공정이 있음. 기계마다 일정 시간내에 실이 끊어지는 횟수(사절수)를 조사하였더니 다음 표와 같았다.

직조기	A	B	C	D	E	F	G
사절횟수	25	17	22	33	20	14	28

직조기에 따라 실이 끊어지는 횟수가 다르다고 할 수 있는가?

해설

☞ 각 직조기의 사절수의 모평균을 $m_1, m_2, \cdots, m_7$이라 할 때

① 가설설정 : $H_0 : m_1 = m_2 = \cdots = m_7$, $H_1 : m_i$가 모두 같음이고 만은 할 수 없음.

② 유의수준 : $\alpha = 0.05$

③ 검정통계량의 값(χ_0^2) 계산

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - \hat{m})^2}{\hat{m}} = \frac{(25-22.7)^2 + (17-22.7)^2 + \cdots + (28-22.7)^2}{22.7} = 11.25$$

여기서, $\hat{m} = \frac{\sum x_i}{k} = \frac{25+17+\cdots+28}{7} = 22.7$

④ 기각역 : $\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-1)$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $\chi_0^2 = 11.25 < \chi_{0.95}^2(6) = 12.59$ 이므로 유의수준 5%로는 기각되지 않음.
즉, 직조기에 따라 실의 사절수가 차가 있음이고 할 수 없음.

4.2 분할표에 의한 동일성 검정

4.2.1 $m \times n$ 분할표의 기초 개념 품기 1999

* 동일성 검정이란 기계에 따라 각 등급품의 출현비율은 동일한지의 검정 방법을 말함.

* 어떤 계수치 x가 두 가지 원인 A, B에 의해 지배되고 있다고 할 때, x의 크기가 A 및 B에 의해 달라지는지의 여부를 검정하는 것이 분할표(contingency table)가 됨. x가 계량치라면 분산분석이 됨.

* 이 검정법은 본질적으로 적합도 검정과 같은 것으로서, 기대치 E_{ij}를 $E_{ij} = T_{A_i} T_{B_j} / T$에 의해 구하고, 다음 식으로 χ^2을 검정하면 됨.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{(x_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad [\text{단, 자유도는 } \nu = (m-1)(n-1)] \qquad (2.23)$$

* 여기서, T_{A_i}, T_{B_j}, T는 각각 A_i, B_j 및 전부의 합계를 나타내고, m, n은 요인 A 및 B의 변화수(이를 수준수라 함)임. χ^2 기각치를 구하기 위한 자유도는 $\nu = (m-1)(n-1)$이 됨.

* 일반적으로 A가 m수준, B가 n수준의 분할표를 $m \times n$ 분할표라고 함.

<표 2.1> $m \times n$ 분할표의 일반 구조

	B_1	B_2	$\cdots$	B_j	$\cdots$	B_n	계 T_{A_i}
A_1	x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1n}	T_{A_1}
A_2	x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}	T_{A_2}
.				.			.
.				.			.
A_m	x_{m1}	x_{m2}		x_{mj}		x_{mn}	T_{A_m}
계 T_{B_j}	T_{B_1}	T_{B_2}		$\cdots$		T_{B_n}	총계 T

4.2.2 분할표에 의한 동일성 검정 방법 품기 2016 등 총4회

귀무가설(H_0)	대립가설(H_1)	검정통계량	기각역
기계(회사)에 따라 B_J 등급품의 출현비율은 같음(동일하다). $p_{1j} = \cdots = p_{ij} = \cdots = p_{mj}$ 단, $i = 1, 2, \cdots, m$ $j = 1, 2, \cdots, n$	기계(회사)에 따라 B_J 등급품의 출현비율은 같지 않다.(동일하지 않다)	$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \frac{(x_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$ 단, $E_{ij} = T_{A_i} T_{B_j} / T$	$\chi_0^2 \ge \chi_{1-\alpha}^2 \{(m-1)(n-1)\}$

예제 2.10 하청공장 A, B, C, D사로부터 납품된 부품을 1급, 2급, 3급품으로 분류하였더니 다음 표와 같은 데이터가 얻어졌다(단위는 개수이다). 하청공장에 따라 각 등급품이 나오는 것이 다르다고 할 수 있는가? [기사 기출]

	1급품	2급품	3급품	계
A	66	24	16	106
B	44	34	22	100
C	56	28	214	98
D	48	32	16	96
계	214	118	68	400

해설

☞ $m \times n$ 분할표에 의한 동일성 검정임.

① 가설설정 : H_0 : A, B, C, D사의 각 등급품의 출현비율은 같다.

H_1 : A, B, C, D사의 각 등급품의 출현비율은 같지 않다.

② 유의수준 : α =0.05

③ 검정통계량의 값(χ_0^2) 계산

		1급품(B_1)	2급품(B_2)	3급품(B_3)	합계(T_{A_i})
A사 (A_1)	측정도수(x_{1j})	66	24	16	106(T_{A_1})
	기대도수(E_{1j})	56.71	31.27	18.02	
	$(x_{1j}-E_{1j})^2/E_{1j}$	1.522	1.690	0.226	3.438
B (A_2)	측정도수(x_{2j})	44	34	22	100(T_{A_2})
	기대도수(E_{2j})	53.5	29.5	17.0	
	$(x_{2j}-E_{2j})^2/E_{2j}$	1.687	0.686	1.471	3.844
C (A_3)	측정도수(x_{3j})	56	28	44	98(T_{A_3})
	기대도수(E_{3j})	52.43	28.91	16.66	
	$(x_{3j}-E_{3j})^2/E_{3j}$	0.243	0.029	0.425	0.697
D (A_4)	측정도수(x_{4j})	48	32	16	96(T_{A_4})
	기대도수(E_{4j})	51.36	28.32	16.32	
	$(x_{4j}-E_{4j})^2/E_{4j}$	0.220	0.478	0.006	0.704
합계(T_{B_j})		214(T_{B_1})	118(T_{B_2})	68(T_{B_3})	400(T)

$$\therefore \ \chi_0^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-E_{ij})^2/E_{ij} = 1.522+1.690+\cdots+0.006 = 8.683$$

④ 기각역 설정: $\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2\{(m-1)(n-1)\} = \chi_{1-\alpha}^2\{(4-1)(3-1)\} = \chi_{0.95}^2(6) = 12.59$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $\chi_0^2 = 8.683 < \chi_{0.95}^2(6) = 12.59$ 이므로 유의수준 5%로 H_0 를 기각할 수 없음.

즉, 하청공장에 따라 각 등급품이 나오는 비율이 다르다고 할 수 없음.

4.3 분할표에 의한 독립성 검정

4.3.1 2×2 분할표에 의한 독립성 검정의 기초 개념

* 독립성 검정이란 똑같은 제품이 2대의 기계로부터 만들어지고 있을 때 기계에 따라 등급품의 비율에 차이가 있는지, 즉 두 속성(기계별, 등급품별) 사이에 독립관계(또는 종속관계)인지의 검정방법임.

* 2×2 분할표에서는 $m \times n$ 때와 같이 기대치를 써서 그대로 χ_0^2 을 계산하면 근사가 나빠짐. 그것은 2항분포는 비연속적형 분포인데, 연속형 분포인 χ^2 분포로써 근사시킨 탓임.

<표 2.2> 2×2 분할표

	1	2	계
A	a	b	T_A
B	c	d	T_B
계	T_1	T_2	T

* 그러므로 2×2 분할표는 다음의 Yates(예이츠)의 식을 사용하여 검정통계량을 구함.

$$\chi_0^2 = \frac{\left(|ad - bc| - \frac{T}{2}\right)^2 \cdot T}{T_1 \cdot T_2 \cdot T_A \cdot T_B} \tag{2.24}$$

여기서, a, b, c, d 는 각각 적어도 3보다 커야 함. 자유도는 $\nu = (2-1)(2-1) = 1$

* 이때 2×2 분할표는 간편법으로서 2항확률지에 의한 검정 및 추정을 행하여 보다 간단하게 계산할 수도 있음.

4.3.2 2×2 분할표에 의한 독립성 검정 방법 품기 1997

H_0	H_1	검정통계량	기각역
A와 B의 부적합 품률 비율은 같다. $P_A = P_B$	A와 B의 부적합품률 비율은 같지 않다. $P_A \neq P_B$	$\chi_0^2 = \frac{\left(\lvert ad - bc\rvert - \frac{T}{2}\right)^2 \cdot T}{T_1 \cdot T_2 \cdot T_A \cdot T_B}$	$\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2\{(2-1)(2-1)\}$

예제 2.11 어떤 전기부품의 납땜공정에서 작업자가 서서 작업한 공정에서 800개, 앉아서 작업한 공정에서 800개를 각각 뽑아 양·부적합으로 나누었더니 다음의 데이터를 얻었다. 선 작업과 앉은 작업에 따라 부적합품률 차가 있는지 카이자승(χ^2)검정을 α =0.05로 실시하여라.
[기사 기출]

	양품	부적합품	계
선 작업	718	82	800
앉은 작업	667	133	800
계	1,385	215	1,600

해설

☞ 독립성 검정 : 2×2 분할표에 의한 독립성 검정을 이용함.

① 가설설정 : H_0 : $P_A = P_B$, H_1 : $P_A \neq P_B$ (단, A=선 작업, B=앉은 작업)

② 유의수준 : α =0.05

③ 검정통계량의 값(χ_0^2) 계산 : Yates의 식을 이용하면

$$\chi_0^2 = \frac{\left(|ad - bc| - \frac{T}{2}\right)^2 \cdot T}{T_1 \cdot T_2 \cdot T_A \cdot T_B} = \frac{\left(|(718 \times 133 - 82 \times 667| - \frac{1,600}{2}\right)^2 \times 1,600}{1,385 \times 215 \times 800 \times 800} = 0.84$$

④ 기각역 설정 : $\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2\{(2-1)(2-1)\} = \chi_{0.95}^2(1) = 3.84$ 이면 H_0 기각

⑤ 판정 : $\chi_0^2 = 0.84 < \chi_{0.95}^2(1) = 3.84$ 이므로 유의수준 5%로 H_0 를 기각할 수 없음.

즉, 선 작업과 앉은 작업에서 부적합품률의 차가 있음이고 할 수 없음.

제 1 1 장

기타 실험계획법

1. 반응표면분석 / 11-02
2. 혼합물에 관한 실험계획법 / 11-03
3. EVOP법 / 11-03
4. 실험계획법 출제예상 추가 예제 / 11-05

1. 반응표면분석 품기 2016 등 총2회

1.1 반응표면분석의 의의

* 반응표면분석(response surface analysis)은 여러 개의 설명변수 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_k$가 복합적인 작용을 함으로써 어떤 반응변수 η에 영향을 주고 있을 때, 이러한 반응의 변화가 이루는 반응표면에 대한 통계적 분석방법을 말함.
* 여기서 설명변수는 반응에 영향을 주는 독립변수 또는 인자를 말하고, 반응변수는 설명변수의 영향을 받아서 어떤 반응을 나타내는 종속변수를 말함.
* 예를 들면, 어떤 화학반응에 있어서 그 반응량이 온도와 시간에 따라 변화한다고 하는 경우 온도(ξ_1)와 시간(ξ_2)이 설명변수이고, 반응량(η)이 반응변수가 됨.

  ξ_1, ξ_2의 변화에 따라 η가 어떤 반응표면(response surface)을 갖게 되며, 이 반응표면을 통계적 모형을 만들어 η와 ξ_1, ξ_2간의 방정식으로 표현하여 주고자 하는 것이 반응표면분석에서 다루는 내용이 됨.
* 실제로 통계적인 접근방법은 인자들(ξ_1, ξ_2)에 대한 적절한 실험계획법을 통하여 η에 관한 측정치 y_1, y_2, y_3 등을 얻고, 이들을 분석함으로써 소기의 목적을 달성하게 되는 것임.
* 반응표면분석에 관한 연구는 1951년에 Box와 Wilson에 의하여 처음으로 시작되어, 최근에는 많은 연구자들에 의하여 활발히 연구·발표되고 있음.

1.2 반응표면분석을 통하여 얻고자 하는 목적

* 일반적으로 반응표면분석을 통하여 얻고자 하는 것은 다음과 같은 것들임.
  ① 독립변수들($\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_k$)과 종속변수($\eta$)간의 함수관계를 데이터로부터 추정하여 독립변수들의 값 변화에 따라서 반응량(종속변수 값)이 어떻게 달라지는가를 예측함.
  ② 독립변수들의 어떠한 값에서 반응량이 최적화될 것인가를 찾아냄.
  ③ 가장 적은 수의 실험으로 가장 좋은 정도를 주는 실험계획법이 무엇인가를 고찰하고, 데이터 분석을 통하여 추정되는 적합된 반응표면의 통계적인 성질을 규명함.
* 위의 3가지 내용은 반응표면 분석연구를 통하여 달성할 수 있으며, 이는 통계학의 응용범위를 확장시키는 데에 큰 기여를 하였음. 특히 공업제품의 생산공정에서 인자들의 최적공정조건을 찾는 데 효과적으로 사용됨으로써 품질관리에 유용하게 응용되고 있음.

1.3 반응표면 실험계획법의 종류 품기 2015

* 반응표면분석을 위하여 많이 사용되는 실험계획법에 대하여 알아보기로 함.
* 먼저 반응표면의 추정식이 1차 회귀모형으로 적절하다고 판단될 때에는 다음의 실험계획이 흔히 쓰임.

  ① 2^k 요인배치법 ② 2수준계의 일부실시법 ③ 심플렉스계획법(simplex design)

* 다음으로 반응표면의 추정이 2차 회귀모형(second order regression model)으로 적절하다고 생각될 경우에는 다음과 같은 실험계획이 자주 쓰임.

  ① 3^k 요인배치법, ② 3수준계의 일부실시법

  ③ 중심합성계획(central composite design), ④ 회전계획(rotatable design)

* 반응표면분석을 위해서는 행렬, 벡터에 관한 기본 지식이 필요하며, 계산과정이 복잡하며, 통계패키지에 의한 컴퓨터 처리가 필요함.
  이에 관한 예제는 기술사 필기시험 문제로는 적당하지 않다고 여겨져서 생략하였음.
  더 자세한 이론 및 예제는 별도의 실험계획법 전문 서적을 참고하도록 함.

2. 혼합물에 관한 실험계획법 품기 2013

* 대부분의 실험계획은 하나 또는 두 개 이상의 인자(x_1, x_2, $\cdots$, x_k)가 어떤 관심있는 반응량 y에 유의한 영향을 미치는가를 발견하거나, 더 나아가서 y를 최대 또는 최소화시키는 x_i들의 최적조건을 찾는데 그 목적이 있음.

* 1원배치법, 2원배치법, 분할법, 요인배치법 등이 여기에 속하며, 이러한 실험계획법들은 인자들이 취할 수 있는 상호간의 비율이나 그 합 $\sum_{i=1}^{k} x_i$에는 제약조건이 붙지 않고 있음.

* 한편, 잉크, 타이어, 페인트 등과 같이 제품이 여러 개(k개라 가정)의 성분의 혼합으로 이루어져 있고, 각 성분의 혼합량이 문제가 아니라 각 성분의 혼합비율만이 문제가 되는 경우가 있음.

* 이처럼 몇 개 성분의 혼합물(mixture)에 관한 실험에서 어떠한 성분이 관심이 있는 반응량에 유의한 영향을 미치며, 반응을 최대 또는 최소로 만드는 최적혼합 비율을 찾고자 하는 실험계획을 혼합물의 혼합비율에 관한 실험계획이라고 부름.

3. EVOP법 품기 2014

3.1 EVOP법의 개념

* EVOP법은 Evolutionary Operation의 두문자를 딴 약어로서 “진화적조업법”이라고 번역됨.

* 종래에 사용되어 오던 대부분의 실험계획법(난괴법, 요인배치법, 분할법, 반응표면실험계획법 등)들이 실험실이나 파일롯트 플랜트에서 실험하기 용이하도록 되어 있으나, EVOP법은 현장에서 실제로 생산을 진행시켜 나가면서 공정최적조건을 찾기 위하여 생산라인을 대상으로 실험할 수 있도록 짜여진 실험계획법임.

* 이 EVOP법은 현장에서 주로 사용되나, 최근에는 파일롯트 플랜트에서도 최적조건으로 찾기 위하여 사용되어진 예도 있음.

* 이처럼 공정작업조건을 개선하여 생산성 또는 품질을 향상시키려고 제안된 EVOP법은 최초에 Box에 의하여 소개되고 Barnett에 의하여 구체화되었으며, 1969년에 Box와 Draper에 의하여 EVOP법에 관한 단행본이 발행되면서부터 미국을 중심으로 널리 보급되기 시작됨.

* EVOP법은 일단 실험실에서 실험을 완료하여 대체적인 공정최적조건을 파악한 후, 현장에서 새로운 안을 시작할 때나 생산이 계속되고 있는 상황에서 더 좋은 공정조건을 찾기 위하여 고안된 방법으로, 주로 화학공장을 중심으로 발전되어 왔음.

* 인자의 수는 두 개를 주로 사용하며 많아도 3개 정도임. 수준의 폭을 약간만 바꾸어 주면서 반응의 조그만 변화를 진화적인 개념으로 탐지하여 생산성이나 품질을 향상시켜 보려는 공정조작법이 EVOP법이라고 볼 수 있으며, 반응표면분석 실험계획법에서는 주로 곡면을 생각하나, EVOP법은 주로 평면으로서의 경사방향을 생각하는데 역점을 둠.

3.2 EVOP법의 특징

* EVOP법이 갖는 특징을 적어보면 다음과 같음.

① 실험실의 실험계획법이 아니라 공장에서 일상작업을 진행시켜 가면서 공정조건을 조금씩 끊임없이 변화시켜 가면서 최적조건을 찾으려는 진화적인 공정조작법임.

② 수준의 폭을 좁게 하여 현재 사용하고 있는 인자수준보다 약간 바꾼 수준을 사용하며 부적합품이 나오는 것을 피함. 한 사이클의 실험에서 결론을 내지 않고, 생산을 계속해 가면서 연속적으로 여러 사이클을 실험하여 큰 비용을 들이지 않고 변화효과를 찾아냄.

③ 현장의 작업자가 데이터를 기입할 수 있도록 데이터 장표(data sheet)와 계산표를 만들어서 데이터 기입방법과 계산방법을 간략화함.

④ 인자는 계량인자이어야 하며, 하나의 사이클은 작은 수의 실험횟수로 되어 있으나, 인자간의 교호작용의 검출이 가능함.

3.3 최대경사법

* 최대경사법(the method of steepest descent)은 축차적인 실험을 통하여 반응치가 커지는 방향으로 이동해 가면서 인자들의 최적수준을 찾아가는 실험계획법을 말함.

* 앞에서 다룬 EVOP법은 공장의 현장에서 사용되는 실험계획으로 주로 사용되지만, 최대경사법은 실험실이나 파일롯트 플랜트에서 주로 사용되는 방법으로, 특히 신제품을 연구·개발시킬 때에 인자들의 공정최적조건을 모르는 상태에서 이 최적조건을 찾아가기 위한 방법으로 많이 사용함.

* 반응치를 작게 하여 주는 방향으로 이동해 가고 싶은 경우가 있는데, 이때에도 최대경사법을 사용함. 반응치를 크게 하여 주거나, 작게 하여 주거나 개념상 유사한 의미임.

3.4 심플렉스탐사법

* 실험실이나 파일롯트 플랜트에서 최적반응조건을 축차적인 실험으로 찾아가는 실험계획법으로 최대경사법을 앞에서 다루었는데, 이와 유사한 방법으로 심플렉스 탐사법이란 것이 있음.
* 이 심플렉스 탐사법은 심플렉스 실험계획법을 축차적으로 반복하여 사용해 나가면서 점차로 최적조건을 찾아 나가는 방법임. 이 방법은 실험실이나 파일롯트 플랜트에서 주로 애용되어 왔으나 최근에 현장에서도 사용되고 있음.
* 심플렉스 탐사법의 장점으로 다음 사항을 들 수 있음.
  ① 계산이 매우 간단함(여기에서는 행렬, 편미분이 사용되지 않음.).
  ② 오래 된 반응치를 차례로 버려 나가므로, 최적점이 시간과 더불어 움직이고 있는 공정에 대하여 유효함.
  ③ 실험횟수가 적고, 차원수의 증가가 용이함.
  ④ 반응치의 우선 순위에 따라서 심플렉스의 이동방향이 결정되므로, 반응치가 계량적이 아니고 계수적이라 해도, 반응치 간에 우선 순위만 정할 수 있으면 사용할 수 있음.
* 심플렉스 탐사법에 대한 연구가 많아짐에 따라 여러 가지 계산방법이 제안되었으며, 그 중 기본적인 세 가지 방법을 들면 다음과 같음.
  ① 정규심플렉스 탐사법(regular simplex search method)
  ② 비정규심플렉스 탐사법(non-regular simplex search method)
  ③ 수정된 정규심플렉스 탐사법(revised regular simplex search method)
* EVOP법을 이용하기 위해서는 행렬, 벡터에 관한 기본 지식이 필요하며, 계산과정이 매우 복잡함. 이에 관한 예제는 기술사 필기시험 문제로는 적당하지 않다고 여겨져서 생략하였음.

4. 실험계획법 출제예상 추가 예제

01 TV의 색상밀도의 기능적 한계가 $m \pm 7$ 이라고 가정하자. 이는 색상밀도가 $m \pm 7$ 일 때 소비자의 환경이나 취향의 다양성을 고려하여 소비자의 절반이 TV가 고장이라고 함. TV의 수리비가 평균 A=98,000원이라고 할 때 색상밀도가 $m+4$ 인 수상기를 구입한 소비자가 입은 평균손실 $L(m+4)$ 는?

해설

☞ y 값이 망목특성인 경우에 손실함수를 구하면

$$L(y) = k(y-m)^2 = \frac{A_0}{{\Delta_0}^2}(y-m)^2 = \frac{98{,}000}{7^2}(m+4-m)^2 = 32{,}000 \text{ 원}$$

02 TV의 이상적 색상밀도값이 m, 규격이 $m \pm 10$으로 주어져 있음. 제품의 품질특성치가 규격을 벗어나는 경우 5,000원의 비용이 발생한다고 함. 다구치 손실함수를 사용한다고 할 때 비례상수 k 의 값은?

해설

☞ 망목특성의 경우 손실함수 $L = k(y-m)^2$ 에서 비례상수 $k = \dfrac{A_0}{\Delta_0{}^2} = \dfrac{5{,}000}{10^2} = 50$

03 하나의 실험점에서 30, 40, 38, 49(단위 : dB)의 반복관측치를 얻었음. 자료가 망목특성치라면 SN비 값은 약 얼마인가?

해설

☞ $\text{SN비} = 10\log\left[\dfrac{(S_m - V)/n}{V}\right] = 10\log\left[\dfrac{(6{,}162.25 - 60.92)/4}{60.92}\right] = 13.99$ dB

여기서, $S_m = \dfrac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2 = \dfrac{1}{4}(30+40+38+49)^2 = \dfrac{1}{4}\times 157^2 = 6{,}162.25$

$$V = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{3}\left[(30-39.25)^2 + \cdots + (49-39.25)^2\right] = 60.92$$

단, $\bar{y} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \dfrac{1}{4}(30+40+38+49) = \dfrac{157}{4} = 39.25$

04 망목특성일 때 SN비 식을 나타내면? (단, $s = \sqrt{V}$, $S_m = \dfrac{1}{n}(y_1 + y_2 + \cdots + y_n)^2$ 임.)

해설

☞ 망목특성일 때 $\text{SN비} = 10\log\left(\dfrac{(S_m - V)/n}{V}\right)$

여기서, $S_m = \dfrac{(\sum y)^2}{n}$, $V = \sum (y_i - \bar{y})^2/(n-1)$, 그런데 $S_m = (\sum y)^2/n = n(\bar{y})^2$ 이므로

$\text{SN비} = 10\log\left(\dfrac{\bar{y}^2 - V/n}{V}\right)$ 가 되며, n 이 충분히 커서 $\bar{y}^2 > V/n$ 의 관계이면 $V/n = 0$ 으로

간주하여 $\text{SN비} = 10\log\left(\dfrac{\bar{y}^2}{V}\right) = 20\log\left(\dfrac{\bar{y}}{\sqrt{V}}\right) = 20\log\dfrac{\bar{y}}{s}$

05 망대특성 실험의 경우 특성치가 다음과 같을 때 SN비(Signal-to-Noise ratio)를 구하면?

[데이터] 36, 38, 32, 37, 40

해설

☞ 망대특성 $\text{SN비} = -10\log\left(\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{y_i{}^2}\right) = -10\log\left[\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{1}{36^2} + \cdots + \dfrac{1}{40^2}\right)\right] = 31.20$ dB

06 하나의 실험점에서 30, 40, 38, 49의 반복 관측치를 얻었다. 자료가 망소특성치라고 하면 SN 비의 값은?

해설

☞ 망소특성 SN비 $= -10\log\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^{\ 2}\right] = -10\log\left[\frac{1}{4}(30^2 + 40^2 + 38^2 + 49^2)\right] = -32.004$ dB

07 제품을 150개 만들어서 상품, 중품, 하품으로 분류하여 보니 각각 80, 55, 15개이었음. 상, 중, 하에 각각 0, 1, 2의 가중치를 줄 경우 SN비를 구하면 약 얼마인가?

해설 2008(기사1회차)

☞ 상품에 가중치 0을 주고, 하품에 가중치 2를 주므로 망소특성으로 볼 수 있음.

$$\text{망소특성 SN비} = -10\log\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^{\ 2}\right] = -10\log\left(\frac{1}{150}(0^2 \times 80 + 1^2 \times 55 + 2^2 \times 15)\right) = 1.154 \text{ dB}$$

08 호이스톤브리지를 사용하여 저항치의 규격이 2.00±0.02[Ω]인 물품의 저항치를 측정했다. 불합격품에 대한 재손질비용이 300원이고 파라미터설계에서 그 브리지로 측정했을 때의 오차분산 σ^2=0.00865036이 σ^2=0.00008045로 개선되었다면 파라미터설계 단계에서의 손실함수 L은 얼마인가?

해설

☞ $L = \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}}\left[\sigma^2 + (\mu - m)^2\right] \approx \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}}\sigma^2 = \frac{300}{0.02^2} \times 0.00008045 = 60.34$원

여기서, A_0=300, Δ_0=0.02, σ^2=0.00008045

[참조] 망목특성의 경우 손실함수는 $L(y) = k(y-m)^2$, $k = \frac{A}{\Delta^2}$ (단, $\Delta = y - m$)

상기 공식에서 $L(y) = k(y-m)^2$의 기대손실이 $E(y) = \mu$이고 $V(y) = \sigma^2$인 경우

$$L = E[L(y)] = E[k(y-m)^2] \ = kE(y-m)^2$$

$$= kE[\{y - E(y)\} + \{E(y) - m\}]^2 = k[\sigma^2 + (\mu - m)^2] \text{ 로부터 } L = k[\sigma^2 + (\mu - m)^2]$$

즉, 기대손실은 산포의 크기에 정비례하고, 또한 평균치가 목표치로부터 얼마나 벗어났는가의 크기에 정비례함.

09 A사 외주업체로부터 조사한 웨더 스트립(weather strip)치수에 대한 데이터는 다음과 같음.

[데이터] $\bar{y} = 18.0$, $\sigma = \frac{2}{3}$, $C_{pk} = 1.00$

손실함수식을 사용하여 산포로 인한 1개당 손실을 계산하면 얼마인가?

(단, 부품치수규격=20±4[mm], 개당 손실금액 A_0=32,000원, 연간생산량=250,000개임.)

해설 2017

☞ 망목특성의 경우 손실함수는 $L = \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}}\left[\sigma^2 + (\mu - m)^2\right]$ (여기서, $\hat{\mu} = \bar{y}$)

$$\therefore\ L = \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}}\left[\sigma^2 + (\bar{y} - m)^2\right] = \frac{32,000}{4^2}\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (18.0 - 20)^2\right] = 8,888\text{원}$$

10 일산화탄소 CO농도의 치사량은 현재의 자동차 배기가스 중 CO농도 평균치 m_0의 1,500배로 알려져 있음. 지금 전국의 CO농도가 1,500배로 증가하면 어떤 지방의 인구 1,000만 명의 절반이 치사량 지구에 살게 된다고 할 때 치사로 인한 손실함수 L을 구하면?
(단, 자동차는 200만대, 한 사람의 사망에 따른 손실은 1.55억원임.)

해설

☞ $L = \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}} \times y^2 = \frac{7.75\text{억원}}{(1,500m_0)^2} \times y^2 = \frac{7.75\text{억원}}{(1,500)^2} \times \left(\frac{y}{m_0}\right)^2 = 344.4\text{원} \times \left(\frac{y}{m_0}\right)^2$

여기서, 기능한계 $\Delta_0 = 1,500m_0$

자동차 1대당 손실 $A_0 = \frac{1.55\text{억원} \times 1,000\text{만 명}}{200\text{만대}} = 7.75\text{억원/대}$

[참조] 망소특성의 경우 손실함수는 $L(y) = ky^2$, $k = \frac{A}{\Delta^2}$

11 A사 및 B사로부터 조사한 부품치수에 대한 품질 데이터는 다음과 같음.

구분	$\bar{y}$ (mm)	σ	C_{pk}	검사불량
A사	17.2	2/5	1.00	0.135%
B사	20.0	2.83	0.47	16.00%

A사, B사의 손실금액은? (단, 부품치수규격은 20±4[mm]이고 부적합으로 인한 개당 손실금액은 3만2천원임.)

해설

☞ A사의 경우 $L = \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}}\left[\sigma^2 + (\mu - m)^2\right] = \frac{32,000}{4^2}\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 + (17.2 - 20)^2\right] = 16,000\text{ 원}$

B사의 경우 $L = \frac{A_0}{\Delta_0^{\ 2}}\left[\sigma^2 + (\mu - m)^2\right] = \frac{32,000}{4^2}\left[(2.83)^2 + (20 - 20)^2\right] = 16,017.8\text{ 원}$

12 집적회로의 배선에서 와이어본딩 강도의 경우 1.5gf에서 실제로 트러블이 생긴다. 트러블이 생길 때 발생하는 손실금액이 18,000원일 때 손실함수 L은 얼마인가?

해설 과년도(기출응용)

☞ $L = \frac{A_0\Delta_0^{\ 2}}{y^2} = \frac{18,000 \times (1.5)^2}{y^2} = 40,500 \times \frac{1}{y^2}$ (단, $\Delta_0 = 1.5$, $A_0 = 18,000$)

[참조] 망대특성의 경우 손실함수는 $L(y) = k\left(\frac{1}{y^2}\right)$, $k = A\Delta^2$